به نام خدا

www.KONKUR.IN

سایت کنکور

هر آنچه در دوران تحصیل به آن نیاز دارید

Forum.Konkur.in

پاسخ به همه سوالات شما در تمامی مقاطع تحصیلی، در انجمن کنکور

مدیریت سایت کنکور : آراز و فراز رهبر

www.konkur.in

خودتان را برای یک مبـارزه علمـی و عملی بزرگ تا رسیدن به اهداف عالی انقلاب اسلامی آماده کنید.
امام خمینی (ره)

موسسه آموزش عالی آزاد

با مجوز رسمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

آزمون کنکور سراسری ۱۳۹۲

مجموعه مهندسی مکانیک

گرایش (تبدیل انرژی، طراحی کاربردی، سیستم محرکه خودرو، طراحی سیستم‌های تعلیق، ترمز و فرمان، سازه بدنه خودرو)

کد (۱۲۶۷)

104	B

نام:

نام‌خانوادگی:

محل امضاء:

مواد امتحانی مجموعه مهندسی مکانیک و تعداد سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضی (ریاضی عمومی ۱ و ۲، معادلات دیفرانسیل، ریاضی مهندسی)	۲۰	۳۱	۵۰
۳	حرارت و سیالات (ترمودینامیک، مکانیک سیالات، انتقال حرارت)	۲۰	۵۱	۷۰
۴	جامدات (استاتیک، مقاومت مصالح، طراحی اجزاء)	۲۰	۷۱	۹۰
۵	دینامیک و ارتعاشات (دینامیک، ارتعاشات، دینامیک ماشین، کنترل)	۲۰	۹۱	۱۱۰

بهمن‌ماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نمی‌باشد.

Forum.konkur.in

www.konkur.in

Part A: Vocabulary

Direetions: *Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best complctes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

1. If you are convicted of hit-and-run driving, your driving privilege will be……
1) interceded 2) revoked 3) manipulated 4) violated

2. Surfing the Internet can …… you With information: That's why a web browser comes in handy.
1) pursue 2) elude 3) accost 4) inundate

3. The owner was so …… he refused to purchase new curtains when the old ones fell off the window.
1) parsimonious 2) compensatory 3) emphatic 4) discretionary

4. In times of severe ……, companies are often forced to make massive job cuts in order to survive.
1) integrity 2) stability 3) recession 4) diversification

5. Singh told reporters that he had not seen such human suffering in any previous natural …….
1) habitat 2) recourse 3) perfidy 4) calamity

6. Like many members of the animal kingdom, people will readily lend a hand to immediate family and relatives. But humans alone extend …… beyond kin, frequently helping perfect strangers for no obvious personal gain.
1) patriotism 2) altruism 2) heroism 4) protectionism

7. Repairs would …… the closure of the bridge for six months.
1) exert 2) endure 3) entail 4) extrapolate

8. Dental caries, the culprit behind the creation of cavities, is the most …… infectious disease in humans, affecting 97 percent of people at some point in their lifetime.
1) prevalent 2) haphazard 3) coincident 4) unanimous

9. The exact mechanism by which exercise …… strength remains unclear, hut its basic principles are understood.
1) penetrates 2) augments 3) propagates 4) inserts

Forum.konkur.in

www.konkur.in

10. I guaranree that you will both have …… opportunity to express your opinions during the debate.

1) ample 2) equivocal 3) equable 4) ambivalent

Part B: Cloze Test

Directions: *Read the following passage and decide which choice (l), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

Dark circles and bags under the eye occur for several reasons: the skin (11) …… much thinner than it is elsewhere on the body and becomes looser as we age. This very thin skin also sits on top of underlying purple muscle and blood vessels and therefore (12) ……darker. In addition, some people have hereditary pigmentation in this area. As we age, fat comes out of the space enclosed by the eye socket. (13) …… the orbit. and forms a puffy area under the eye. This fatty tissue can fill with water. making (14) …… The condition becomes even more noticeable when (15) ……. which can occur for a variety of reasons, including eating too much salt, lying flat in bed, not getting enough sleep. allergies and monthly hormonal changes.

11.

1) that is there 2) it is 3) there is 4) in which

12.

1) appearing 2) appeared 3) appear 4) appears

13.

1) called 2) it is called 3) that is called 4) and called

14.

1) the hollow appears seven deeper
2) the hollow appear even deeper
3) it even deeper the hollow appearance
4) its appearance of hollow even deeper

15.

1) the water retains in the fat pad 2) the fat pad retained water
3) water’s fat pad is retained 4) water is retained in the fat pad

PART C: Reading Comprehension

Directions: *Read the lollowing three passages end answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.*

Passage 1

Vibration is the motion of a particle or a body or system of connected bodies displaced from a position of equilibrium. Most vibrations are undesirable in machines and structures because they produce increased stresses, energy losses, cause added wear, increase bearing loads, induce fatigue, create passenger discomfort in vehicles, and absorb energy from the system. Rotating machine parts need careful balancing in order to prevent damage from vibrations.Vibration occurs when a system is displaced from a position of stable equilibrium. The system tends to return to this equilibrium position under the action of restoring forces (such as the elastic forces, as for a mass attached to a spring, or gravitational forces, as for a simple pendulum). (2 examples of elastic and gravitational forces) The system keeps moving back and forth across its position of equilibrium. A system is a

Forum.konkur.in

www.konkur.in

combination of elements intended to act together to accomplish an objective. For example, an automobile is a system whose elements are the wheels, suspension, car body, and so forth. A static element is one whose output at any given time depends only on the input at that time (synchronous) while a dynamic element is one whose present output depends on past inputs. In the same way we also speak of static and dynamic systems. A static system contains all elements while a dynamic system contains at least one dynamic element.

A physical system undergoing a time-varying interchange or dissipation of energy among or within its elementary storage or dissipativc devices is said to be in a dynamic state. All of the elements in general are called passive, i.e., they are incapable of generating net energy. A dynamic system composed of a finite number of storage elements is said to be lumped or discrete, while a system containing elements, which are dense in physical space, is called continuous. The analytical description of the dynamics of the discrete case is a set of ordinary differential equations, while for the continuous case it is a set of partial (not complete) differential equations. The analytical formation of a dynamic. system depends upon the kinematic or geometric constraints and the physical laws governing the behaviour of the system.

16. Which of the following statements is NOT mentioned in the passage.

1) A dynamic system is contingent upon the constraints of a number of discrete and continuous element".
2) A static element is pertinent to synchronous rotation while a dynamic element is based on past inputs that may turn into an output.
3) The dynamics of the discrete case require more kinematic or geometric constraints when compared to the increasingly volatile continuous case.
4) A static system is made up of all involving elements while a dynamic system calls for at least one time-varying element.

17. Mechanical vibrations can cause the following damages except …… .

1) higher efficiency 2) noise 3) distruction 4) discomfort

18. Which of the following best describes a dynamic system:

1) All of the passive elements, in general, are called dynamic.
2) Modeling of a discrete dynamic system involves partial differential equations.
3) Modeling of a dynamic system involves kinematic constraints.
4) A dynamic system is one that changes with time

19. The passage suggests that which of the following needed to take place in order for the machines parts to act together:

l) Vibration occurs when a system is displaced from a position of stable equilibrium.
2) The system tends to return to this equilibrium position under the action of dissipative devices.
3) A system is a combination of elements intended to act together to accomplish an objective.
4) Rotating machine parts need careful balancing in order to prevent damage from vibrations.

20. The word dissipation as it is used in this passage is closest in meaning to:

1) dissemination 2) consumption 3) distribution 4) contemplation

Passage 2

In conventionally engineered structures there is a tendency for overedesigning, usually for meeting safety requirements. Ideally, one would like to have "passive design for purpose, and adaptive design for crises". By contrast, the usual conventional approach is to ensure that the

Forum.konkur.in

www.konkur.in

passive structure is adequate for crises also, thus entailing higher costs due to over-designing. Some examples wherein, ideally, adaptive action should come into play only for crisis or special situations are buildings in earthquake zones, aircrafts during take-off and landing, and vehicles in crashes. A smart configuration would be that in which normal loads are taken care of in normal conditions, and suitable actuation systems are activated to tackle abnormal loads. Even for normal loads, corrosion and other aging effects can render the original passive design unsuitable (even unsafe) with the passage of time. If continuous monitoring can be built into the design through distributed embedded sensors. timely re-pairs can be taken up, thus saving costs and ensuring a higher degree of safety.

Two types of smartness in structures can be distinguished: closed-loop and open-loop. A closed-loop smart structure senses the changes to diagnose the nature of the problem. takes action to mitigate the problem, and also stores the data of the episode for future reference. Open-loop smartness means that the design is such that structural integrity is enhanced only when needed, and the structure relapses to its normal state when there is no need for enhanced integrity. Smart bridges are a particularly attractive proposition. Bridges involve an enormous amount of investment on construction, maintenance, repair, upgrade, and finally replacement. Possible vehicular accidents, earthquakes, and terrorism are additional problems to contend with. Embedding optical fibres (fibers) as distributed sensors at the construction stage itself is not a very costly proposition. On-line monitoring and processing of the vast amount of sensor data is again not a difficult thing to do by present-day standards. And the overall advantages in terms of lower maintenance costs, higher safety and security, and avoidance of inconvenience caused by closure for repair work can be enormous, not to mention the prevention of disasters like bridge collapses.

Adaptronic structure is another term used for smart structures. In the years to come, we shall see an increasing trend to incorporate smartness into the design of even ordinary items of use. Rogers has given a particularly vivid description of the nature of structural designs of the future: Adaptronic structures must, as their basic premise, be designed for a given purpose; and, by the transduction of energy, must be able to modify their behaviour to create an envelope of utility. As an example, a ladder that is overloaded could use electrical energy to stiffen or strengthen itself while alerting the user that the ladder is overloaded. The overload response should also be based upon the actual 'life experience' of the ladder to account for aging or a damaged rung; therefore, the ladder must determine its current state of health and use this information as the metric for when the ladder has been overloaded. At some point of time, the ladder will then announce its retirement, as it can no longer perform even minimal tasks.

21. The author of the text would probably agree with which of the following statements?
1) A smart configuration saves costs while ensuring a higher degree of safety.
2) Passive structure is cost-effective and adequate for crises.
3) Over-designing is adequate for meeting safety requirements.
4) Adaptive design entailing over-designing is activated to tackle crises.

22. Closed-loop smartness means the design is such that …… .
1) prevents corrosion or other aging-effects
2) monitors and repairs the damages caused
3) diverges from its normal state when the trend wears off
4) records the dynamics and episodes

Forum.konkur.in

www.konkur.in

23. The author of the passage would probably consider which one of the following most analogous to adaptive action for crisis or special situations?
1) optical fibres
2) bridge collapses
3) smart bridges
4) embedded sensors

24. As used in the passage, the phrase "contend with" most nearly means:
1)compete with
2) cope with
3) extirpate on
4) predicate on

25. A ladder as an adaptronic structure can ……
1) overload itselflike an open-loop structure.
2) alert the user about possible damages.
3) increase its rigidrty using electrical energy.
4) act as a smart structure to reconfigure itself for various loading conditions.

26. Smart bridges are designed to …….
1) modify and behave as an envelope of utilit
2) house distributed sensor for health monitoring purposes
3) be adaptive in harsh conditions.
4) increase safety and maintenance costs

Passage 3

Suspension systems are important subsystems of most wheeled vehicles. A vehicle suspension system performs two major tasks. It should isolate the vehicle body from external road disturbances for the sake of passenger comfort, while retaining a firm contact between the road and the tire. Road disturbances have the characteristics of large magnitude in low-frequency disturbances (e.g., hills) and small magnitude in high-frequency disturbances (e.g., road roughness).A basic automobile suspension that is known as a passive suspension system consists of an energy storing element, normally a spring, and an energy dissipating element, normally a shock absorber. The main weakness of the passive suspension is that it is unable to improve both ride comfort and safety factor simultaneously. In the passive suspension system, there is always trade-off between vehicle ride comfort and safety factor.

27. The paragraph is about:
1) Automobile vibration
2) Guidance of the automobile
3) Road design for vehicles
4) Energy dissipation by an automobile

28. Which one of the following sentences is true about the road disturbances?
1) Hills and road roughness have the same characteristics.
2) Road disturbance means hills and road roughness.
3) Road roughness is an example of the high frequency disturbance.
4) Road roughness is a characteristic of the high frequency disturbance

29. The paragraph states that in a passive suspension system:
1) safety factor and ride comfort ate independent.
2) Ride comfort and safety factor have positive correlation on each other.
3) Ride comfort has positive impact of the safety of the car.
4) To improve the ride comfort, the safety factor must be sacrificed, and vice versa

30. It can inferred from the paragraph that:
1) The car suspension system has role on the stability of the vehicle.
2) The car suspension system is used to store energy.
3) The passenger has to control the car suspension system.
4) The car suspension system affects the road disturbances.

Forum.konkur.in

www.konkur.in

ریاضی

(ریاضی عمومی ۱ و ۲، معادلات دیفرانسیل،ریاضی مهندسی)

۳۱. مقدار حد دنباله $\left\{\sum_{i=1}^{n}\frac{\sqrt{i}}{n^{\frac{3}{2}}}\right\}$ در صورت وجود، برابر کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) 0

۳) $\frac{2}{3}$ ۴) حد وجود ندارد.

۳۲. شعاع همگرایی و بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-2)^n}{4\sqrt[n]{n}}$ برابر کدام است؟

۱) $[1,3),1$ ۲) $(1,3),1$ ۳) $(-2,6),4$ ۴) $[-2,6),4$

۳۳. تعریف می‌کنیم $I_n=\int_0^1 x^n\sqrt{1-x^2}\,dx$، به ازای n عدد صحیح نامنفی. در این صورت $I_n=KI_{n-2}$ کـه در آن $n\geq 2$. ضریب ثابت K (وابسته به n) کدام است؟

۱) $\frac{n}{n+3}$ ۲) $\frac{n}{n+2}$ ۳) $\frac{n-1}{n+1}$ ۴) $\frac{n-1}{n+2}$

۳۴. در مورد توابع هذلولیگون (هذلولوی)، گزینه صحیح کدام است؟

۱) $\cosh(a+b)=\cosh a\cosh b+\sinh a\sinh b$
$\sinh(a+b)=\sinh\cosh b+\cosh a\sinh b$

۲) $\cosh(a+b)=\cosh a\cosh b-\sinh a\sinh b$
$\sinh(a+b)=\sinh a\cosh b-\cosh a\sinh b$

۳) $\cosh(a+b)=\cosh a\cosh b+\sinh a\sinh b$
$\sinh(a+b)=\sinh a\cosh b-\cosh a\sinh b$

۴) $\cosh(a+b)=\cosh a\cosh b+\sinh a\sinh b$
$\sinh(a+b)=\sinh a\cosh b+\cosh a\sinh b$

۳۵. مساحت قسمت‌هایی از کره $x^2+y^2+z^2=a^2$ که توسط استوانه $(a>0)\,x^2+y^2=ax$ بریده شده، برابر کدام است؟

۱) $2a(\pi-2)$ ۲) $2a^2(\pi-2)$ ۳) $a^2(\pi-2)$ ۴) $a(\pi-2)$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۶. تابع $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy(x-y)}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ **مفروض است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این تابع صحیح است؟**

۱) تابع در $(0,0)$ پیوسته است اما مشتق‌پذیر نیست.

۲) تابع در $(0,0)$ پیوسته نیست و مشتق‌پذیر هم نیست.

۳) تابع در $(0,0)$ پیوسته است و مشتق‌پذیر هم هست.

۴) مشتق جهتی تابع f در مبدا و در امتداد بردار یکه $u=(u_1,u_2)$ صفر است.

۳۷. تابع برداری $\vec{r}(t)=(Lnt)\hat{i}+(\sqrt{2}t)\hat{j}+\dfrac{t^2}{2}\hat{k}$ **به ازای** $t>0$ **مفروض است. بردارهای قائم دوم یکه** $\vec{B}(t)$ **و مماس یکه** $\vec{T}(t)$ **و کمیت خمیدگی (انحنا)** $K(t)$**، کدام است؟**

۱) $\vec{B}(t)=\dfrac{t^2\hat{i}-\sqrt{2}t\hat{j}+\hat{k}}{t^2+1}$, $\vec{T}(t)=\dfrac{\hat{i}+\sqrt{2}\,t\hat{j}+t^2\hat{k}}{t^2+1}$, $K(t)=\dfrac{\sqrt{2}t}{(t^2+1)^2}$

۲) $\vec{B}(t)=\dfrac{t^2\hat{i}+\sqrt{2}\,t\hat{j}+\hat{k}}{t^2+1}$, $\vec{T}(t)=\dfrac{i+\sqrt{2}t\hat{j}+t^2\hat{k}}{t^2+1}$, $K(t)=\dfrac{\sqrt{2}t}{(t^2+1)^2}$

۳) $\vec{B}(t)=\dfrac{t^2\hat{i}-\sqrt{2}t\,\hat{j}+\hat{k}}{t^2+1}$, $\vec{T}(t)=\dfrac{\hat{i}-\sqrt{2}\,t\hat{j}-t^2\hat{k}}{t^2+1}$, $K(t)=\dfrac{\sqrt{2}\,t}{(t^2+1)^2}$

۴) $\vec{B}(t)=\dfrac{t^2\,\hat{i}-\sqrt{2}\,t\,\hat{j}+\hat{k}}{t^2+1}$, $\vec{T}(t)=\dfrac{\hat{i}+\sqrt{2}\,t\,\hat{j}+t^2\,\hat{k}}{t^2+1}$, $K(t)=\dfrac{\sqrt{2}\,t}{(t^2+1)}$

۳۸. مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f(x,y)=xye^{-x^2-y^2}$ **کدام است؟**

۱) $-\dfrac{1}{2}e^{-1},\dfrac{1}{2}e$ ۲) $-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}$ ۳) $-\dfrac{1}{2}e^{-1},\dfrac{1}{2}e^{-1}$ ۴) $-\dfrac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}},\dfrac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}}$

۳۹. حد جواب معادله دیفرانسیل $ty'+(t+1)y=2te^{-t}$**، با شرط کمکی** $y(1)=a$ **در نقطه** $t=0$ **برابر با صفر است. هرگاه** a **برابر باشد با:**

۱) $\dfrac{-1}{e}$ ۲) $-e$ ۳) $\dfrac{1}{e}$ ۴) e

۴۰. مسئله مقدار اولیه $\left(ye^{xy}\cos 2x-2e^{xy}\sin 2x+2x\right)dx+\left(xe^{xy}\cos 2x-3\right)dy=0$ **مفروض است، با شرط اولیه اینکه نمودار آن از مبدا می‌گذرد. اگر نمودار مذکور از نقطه** $\left(\dfrac{\pi}{4},y_*\right)$ **نیز عبور کند، مقدار** y_* **کدام است؟**

۱) $\dfrac{\pi^2}{48}-\dfrac{1}{3}$ ۲) $\dfrac{\pi^2}{96}-\dfrac{1}{3}$ ۳) $\dfrac{\pi^2}{48}-\dfrac{2}{3}$ ۴) $\dfrac{\pi^2}{48}+\dfrac{1}{3}$

۴۱. جواب کلی معادله دیفرانسیل $xy''+(1-2x)y'+(x-1)y=0$**، کدام است؟**

۱) $y=c_1e^{x}+c_2e^{-x}Lnx$ ۲) $y=c_1e^{-x}+c_2e^{x}Lnx$

۳) $y=c_1e^{-x}+c_2e^{-x}Lnx$ ۴) $y=c_1e^{x}+c_2e^{x}Lnx$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۲.کدام گزینه جواب خصوصی معادله دیفرانسیل زیر نیست؟

$$x^3\frac{d^3y}{dx^3}+x^2\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+2y=2x^4$$

۱) $y_p(x)=\frac{1}{15}x^4+2x^{-1}$

۲) $y_p(x)=\frac{1}{15}x^4+x^{-2}$

۳) $y_p(x)=\frac{1}{15}x^4+4x$

۴) $y_p(x)=\frac{1}{15}x^4+7x^2$

۴۳.مسئله مقدار اولیه دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر مطرح است:

$$\begin{cases}x_1'=x_1-2x_2 \ , \ x_1(0)=-1 \ , \ x_2(0)=2\\ x_2'=3x_1-4x_2\end{cases}$$

پاسخ آن کدام است؟

۱) $\begin{aligned}x_1(t)&=-5e^{-t}+4e^{-2t}\\ x_2(t)&=-7e^{-t}+9e^{-2t}\end{aligned}$

۲) $\begin{aligned}x_1(t)&=-7e^{-t}+6e^{-2t}\\ x_2(t)&=-7e^{-t}+9e^{-2t}\end{aligned}$

۳) $\begin{aligned}x_1(t)&=-7e^{-t}+6e^{-2t}\\ x_2(t)&=-5e^{-t}+7e^{-2t}\end{aligned}$

۴) $\begin{aligned}x_1(t)&=-5e^{-t}+4e^{-2t}\\ x_2(t)&=-5e^{-t}+7e^{-2t}\end{aligned}$

۴۴. در بسط لوران، مقدار اصلی $(1+z)^{\frac{1}{z}}$ حول $z=0$، ضریب z^2 برابر کدام است؟

۱) 1 ۲) 0 ۳) $\frac{11}{24}e$ ۴) $\frac{13}{24}e$

۴۵.در مورد تابع مختلط $f(z)=\begin{cases}\frac{(\bar{z})^2}{z} & , \ z\neq 0\\ 0 & , \ z=0\end{cases}$، کدام گزینه درست است؟

۱) در مبدا $(0,0)$ روابط کشی ـ ریمان برقرار نیستند.

۲) در نقطه $z=0$ تابع پیوسته نیست.

۳) در نقطه $z=0$ تابع مشتق‌پذیر نیست چون روابط کشی ـ ریمان در مبدا برقرار نیست.

۴) مشتقات جزئی مرتبه اول توابع حقیقی $\mathrm{Re}f(z),\mathrm{Im}f(z)$ در $(0,0)$ پیوسته نیستند.

۴۶.مانده تابع $f(z)=e^z\sinh\frac{1}{z}$ حول $z=0$ برابر کدام است؟

۱) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n)!(2n+1)!}$

۲) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n!)(n+1)!}$

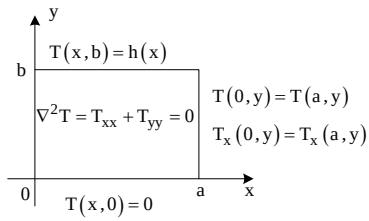
۳) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n)!(n+1)!}$

۴) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!(n)!}$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۷.پایه متعامد مورد نیاز برای استفاده در حل مسئله مقدار مرزی زیر از طریق جداسازی متغیرها، کدام اســت؟ (h تابعی تکه‌ای هموار مفروض)



۱) $\frac{1}{2},\sin\frac{\pi x}{a},\cos\frac{\pi x}{a},\ldots,\sin\frac{n\pi x}{a},\cos\frac{n\pi x}{a},\ldots$

۲) $\frac{1}{2},\sin\frac{2\pi x}{a},\cos\frac{2\pi x}{a},\ldots,\sin\frac{2n\pi x}{a},\cos\frac{2n\pi x}{a},\ldots$

۳) $\frac{1}{2},\sin\frac{\pi x}{a},\cos\frac{\pi x}{a},\ldots,\sin\frac{(2n-1)\pi x}{a},\cos\frac{(2n-1)\pi x}{a},\ldots$

۴) $\sin\frac{2\pi x}{a},\cos\frac{2\pi x}{a},\ldots,\sin\frac{2n\pi x}{a},\cos\frac{2n\pi x}{a},\ldots$

۴۸.سری فوریه کسینوسی نیم دامنه تابع $f(x)=x(L-x),0\le x\le L$ **، کدام است؟**

۱) $\frac{L^2}{4}+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4L^2}{4(m\pi)^2}\cos\frac{2m\pi x}{L}$

۲) $\frac{L^2}{3}-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{L^2}{(m\pi)^2}\cos\frac{2m\pi x}{L}$

۳) $\frac{L^2}{6}-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4L^2}{4(m\pi)^2}\cos\frac{2\pi x}{L}$

۴) $\frac{L^2}{6}-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4L^2}{(2m-1)\pi^2}\cos\frac{(2m-1)\pi x}{L}$

۴۹.جواب معادله انتگرال زیر، کدام است؟

$$\int_0^{\infty} f(x)\cos(\omega x)dx=\begin{cases}1-\omega & 0\le\omega\le 1\\ 0 & \omega>1\end{cases}$$

۱) $\frac{2(1+\cos x)}{\pi x}$

۲) $\frac{2(1-\cos x)}{\pi x}$

۳) $\frac{2(1+\cos x)}{\pi x^2}$

۴) $\frac{2(1-\cos x)}{\pi x^2}$

۵۰. تبدیل فوریه تابع $\frac{\sin t}{t}$**، یعنی** $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\omega t}\frac{\sin t}{t}dt$ **کدام است؟**

۱) $\frac{1}{\omega^2+1}$

۲) $\frac{1}{|\omega|+1}$

۳) $\begin{cases}0 & ,\ \omega<-1\\ \pi & ,\ -1<\omega<1\\ 0 & ,\ \omega>1\end{cases}$

۴) $\begin{cases}0 & ,\ \omega<-1\\ \frac{\pi}{2} & ,\ -1<\omega<1\\ 0 & ,\ \omega>1\end{cases}$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

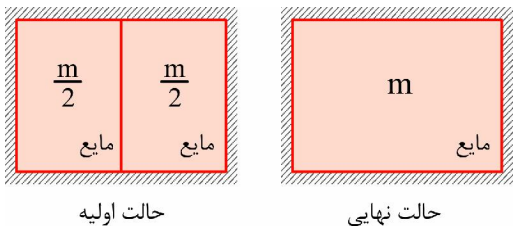
حرارت و سیالات

(ترمودینامیک، مکانیک سیالات ، انتقال حرارت)

۵۱. مقداری هوای مرطوب را گرم کرده پس از اسپری آب با دمای محیط عبور می‌دهیم، نقطه شبنم و رطوبت نسبی آن به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟

۱) کاهش می‌یابد ـ ممکن است کاهش یابد
۲) افزایش می‌یابد ـ حتماً افزایش می‌یابد
۳) کاهش می‌یابد ـ حتماً افزایش می‌یابد
۴) افزایش می‌یابد ـ ممکن است کاهش یابد

۵۲. یک سیستم بسته که جداره آن عایق حرارتی و جرم کل m است، مطابق شکل زیر از مخلوط دو مایع یکسان با جرم‌های مساوی $\left(\frac{m}{2}\right)$ و با دماهای اولیه T_2, T_1 تشکیل شده است. غشای بین دو قسمت خود به خود پاره شده و دو مایع با یکدیگر مخلوط می‌شوند.مایع تراکم‌ناپذیر و ظرفیت گرمایی آن C است. انتروپی تولیدی طی این فرآیند، کدام است؟



۱) $\frac{mc}{2}\ln\left[\frac{(T_1+T_2)^2}{2T_1T_2}\right]$

۲) 0

۳) $s_{gen} = mc\ln\left[\frac{T_1+T_2}{2(T_1T_2)^{\frac{1}{2}}}\right]$

۴) $mc\frac{(T_1+T_2)^2}{2(T_1T_2)}$

۵۳. برای ماده خالصی که گاز کامل نیست، رابطه $u = A + BPv$ بین انرژی داخلی (u)، فشار (P) و حجم مخصوص (v) برقرار است. (B, A ثابت هستند.) رابطه بین v, P در فرایند بی‌درو، برگشت‌پذیر برای یک سیستم بسته، چگونه است؟

۱) $PV^{-\frac{B+1}{B}} =$ ثابت

۲) $PV^{\frac{B+1}{B}} =$ ثابت

۳) $PV = X$ ثابت

۴) $VP^{-\frac{B+1}{B}} =$ ثابت

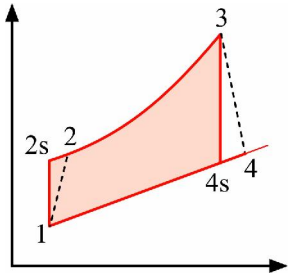
Forum.konkur.in

www.konkur.in

۵۴. یک کیلو مول پروپان (C_3H_8) با 60 درصد هوای اضافی می‌سوزد. اگر تنها 80 درصد کربه به CO_2 تبدیل شود و بقیه به صورت CO در گازهای خروجی باقی بماند، چند کیلو مول گاز اکسیژن در گازهای حاصل از احتراق، وجود خواهد داشت؟

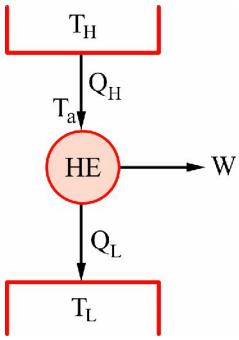
۱) 3 ۲) 2.82 ۳) 2.52 ۴) 3.3

۵۵. در یک نیروگاه گازی، راندمان کمپرسور و توربین برابر فرض می‌شود، مقدار این راندمان برای وقتی که راندمان کل نیروگاه η_{th} صفر باشد، بطور تقریبی به کدام مقدارهای زیر نزدیک‌تر کدام است؟ در این سیکل $T_1 = 300\,K$ ، $T_4 = 600\,K$ فرض شود. در این چرخه تغییر فشار تنها در کمپرسور و توربین اتفاق می‌افتد.



۱) 0.5
۲) 0.6
۳) 0.2
۴) 0.7

۵۶. ماشین حرارتی شکل زیر، که چرخه کارنو است به منبع حرارتی با دمای T_H (منبع گرم) و منبع حرارتی با دمای T_L (منبع سرد) متصل است. به علت مقاومت حرارتی، دمای گرم‌ترین نقطه ماشین (T_a) با دمای منبع گرم (T_H) اختلاف دارد، و مقدار حرارت منتقل شده برابر است با $Q_H = K(T_H - T_a)$ که k مقدار ثابتی است. حداکثر کار خروجی ماشین به ازای چه مقدار T_a حاصل می‌شود؟



۱) $T_a = \sqrt{T_H T_L}$
۲) $T_a = \dfrac{T_H T_L}{T_H + T_L}$
۳) $T_a = \dfrac{2T_H T_L}{T_H + T_L}$
۴) $T_a = \dfrac{T_L + T_H}{2}$

۵۷. گزینه نادرست کدام است؟

۱) $p = -\left(\dfrac{\partial a}{\partial v}\right)_T$
۲) $v = \left(\dfrac{\partial g}{\partial T}\right)_p$
۳) $v = \left(\dfrac{\partial g}{\partial p}\right)_T$
۴) $p = -\left(\dfrac{\partial u}{\partial v}\right)_s$

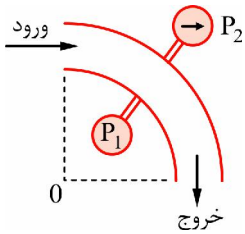
۵۸. دو لوله با قطرهای یکسان، یکی صادف و دیگری زبر موجود است. اگر عدد رینولدز جریان 100 باشد، دقیق‌ترین پاسخ برای افت فشار است؟

۱) بستگی به زبری نسبی لوله، دارد.
۲) در لوله صاف کم‌تر است.
۳) در دو لوله، مساوی است.
۴) بستگی به رژیم جریان (آرام و یا آشفته) دارد.

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۵۹. در یک زانویی 90° افقی، سیال غیرلزجی مطابق شکل زیر، جریان دارد. فرض کنید سیال از نوع تراک‌پذیر بوده و تغییرات دانسیته آن به صورت رابطه $\rho(r)=Ar^2$ باشد (A ثابت است). در ضمن بین دو فشار سنج پروفیل سرعت به صورت رابطه $V(r)=\frac{B}{r}$ باشد (B ثابت است). اگر اختلاف فشار بین دو فشار سنج به صورت رابطه $\Delta P = P_2 - P_1 = c\,Ln\frac{R_2}{R_1}$ باشد، مقدار ضریب C کدام است؟ (R_1 شعاع داخل و R_2 شعاع خارج زانویی می‌باشند).



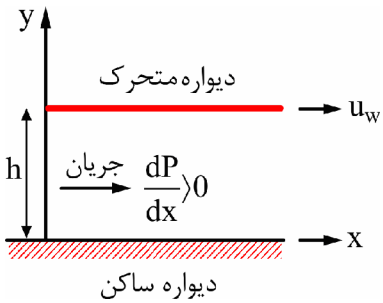
۱) $C = AB^2$

۲) $C = A^2B$

۳) $C = AB$

۴) $C = A^2B^2$

۶۰. جریانی از یک سیال لزج (یا لزجت μ) بین دو سطح تخت موازی که یکی ساکن و دیگری متحرک (با سرعت u_w) است، تحت گرادیان فشار مثبت $\left(\frac{dp}{dx}>0\right)$ و به صورت پایا برقرار است. دوباره تغییرات فشار (P) و تنش برشی در صفحه $(\tau)_{xy}$ در سیال گزینه صحیح، کدام است؟



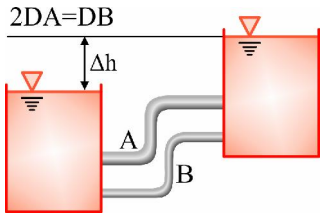
۱) $\frac{d\tau}{dy} < \frac{dp}{dx}$

۲) $\frac{d\tau}{dy} > \frac{dp}{dx}$

۳) $\frac{d\tau}{dx} = \frac{dp}{dx}$

۴) $\frac{d\tau}{dy} = \frac{dp}{dx}$

۶۱. در شکل روبرو، دو مخزن توسط لوله‌های A,B به یکدیگر متصل شده‌اند قطر لوله B دو برابر قطر لوله A می‌باشد. اگر طول و ضریب اصطکاک دو لوله برابر باشد، نسبت دبی‌لوله‌ها $\frac{Q_A}{Q_B}$ برابر کدام است؟ (از افت‌های جزئی صرف‌نظر کنید) (قطر لوله B دو برابر قطر لوله A است).



۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

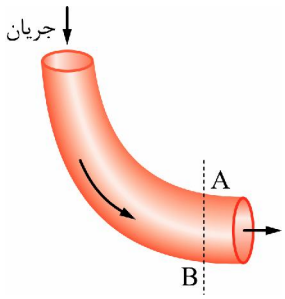
۳) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

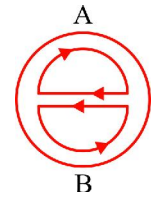
۴) 1

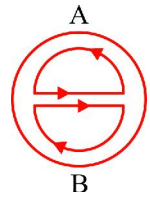
Forum.konkur.in

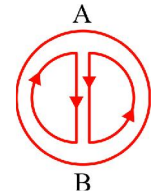
www.konkur.in

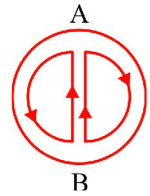
۶۲. جریانی از سیال در یک لوله خمیده برقرار است. شکل کلی جریان ثانویه در مقطع AB به کدام صورت زیر است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

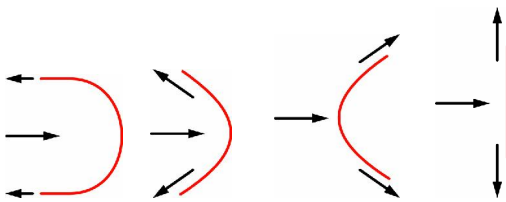
۶۳. تابع جریان برای یک جریان خاص به صورت زیر داده شده است:

$$\psi = U_\infty y\left(1-\frac{R^2}{x^2+y^2}\right)$$

اگر R, U_∞ ثابت باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است.

۱) جریان غیرچرخشی و تراکم‌پذیر است.
۲) جریان غیردائمی و تراکم‌پذیر است.
۳) جریان دائمی و تراکم‌پذیری است.
۴) جریان غیرچرخش و غیرقابل تراکم است.

۶۴. آب به چهار جسم ثابت در حالت‌های زیر با دبی جرمی یکسان و سرعت یکسان وارده شده و به طوری مساوی از دو گوشه جسم خارج می‌شود. حالت‌های مختلف را بر مبنای بزرگی نیروی افقی وارد بر جسم از طرف آب، مرتب کنید؟



۱) $a > b > c > d$
۲) $a > b > d > c$
۳) $a = b = c = d$
۴) $c > d > b > d$

۶۵. توزیع درجه حرارت در یک لحظه زمانی معین در یک دیوار به ضخامت 50 سانتی‌متر به صورت $T = 1800 - 4x^2$ داده شده است. T برحسب درجه سانتی‌گراد و x برحسب سانتی‌متر است. اگر ضریب نفوذ حرارتی برای دیوار $\alpha = 2.5\times10^{-4}$ باشد، تغییرات درجه حرارت در وسط دیوار نسبت به زمان چند $\frac{^\circ C}{s}$ است؟

۱) -0.02 ۲) -1 ۳) -2 ۴) -0.002

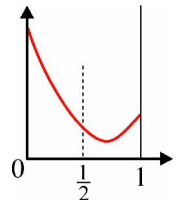
۶۶. سیالی با گرمای ویژه $4000\frac{J}{kg.K}$ و با نرخ 0.018 کیلوگرم در ثانیه از درون لوله‌ای با قطر داخلی 4 سانتی‌متر عبور می‌کند. اگر جریان آرام باشد و دمای سطح خارجی لوله ثابت نگه داشته شود، تغییرات درجه حرارت دمای سیال در هر متر طول لوله بطور تقریب چند درجه سانتی‌گراد است؟ (اختلاف دمای دیوار لوله و سیال 40 درجه سانتی‌گراد و ضریب هدایت حرارتی سیال $0.4\frac{W}{m.K}$ می‌باشد.)

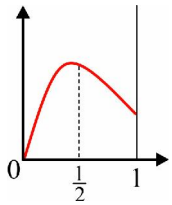
۱) 2.5 ۲) 2.25 ۳) 1.25 ۴) 5

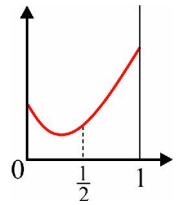
Forum.konkur.in

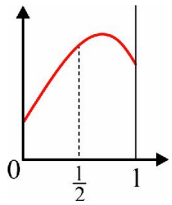
www.konkur.in

۶۷. شرایط هدایت حرارتی دائمی، یک بعدی با چشمه حرارتی را در نظر بگیرید. معادله حاکم برابر با $\frac{d^2T}{dx^2}+q=0$ و شرایط مرزی به صورت $\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}=1, \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=1}=-2$ و دامنه حل مسئله $0<x<1$ است. تغییرات توزیع دما برحسب x کدام است؟

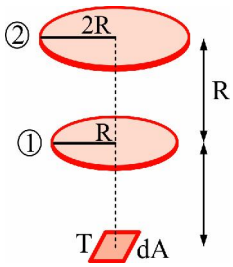
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۶۸. المان dA سیاه پخش کننده کامل و دمای آن T است. تشعشع رسیده به دیسک 2 نسبت به تشعشع رسیده به واحد سطح دیسک 1 وقتی دیسک 1 را برداریم، کدام است؟



۱) دو برابر

۲) یک برابر

۳) یک چهارم برابر

۴) هشت برابر

۶۹. در یک محفظه عمودی درجه حرارت سطح گرم T_H و سطح سرد T_C و فاصله بین دو صفحه L و ارتفاع صفحات H می‌باشد. اگر ضریب هدایتی هوا در داخل محفظه K و ضریب جابه‌جایی آزاد h باشد، مقدار تئوری عدد نوسلت در موقع تغییر مکانیزم حرارت از هدایت به جابه‌جایی آزاد چقدر است؟

۱) $Nu=\frac{h}{K}$ ۲) $Nu=2$ ۳) $Nu=1$ ۴) $Nu=\frac{hK}{L}$

۷۰. در یک مبدل حرارتی پوسته لوله، سیال داغ داخل لوله‌ها جریان دارد، در حالیکه آب در سمت پوسته در حال جوشیدن است. کدام آرایش جریان برای این مبدل از نظر حرارتی مناسب‌تر است؟

۱) جریان مخالف (ناهمسو)

۲) جریان موازی (همسو)

۳) جریان متقاطع

۴) عملکرد این مبدل به آرایش جریان بستگی ندارد.

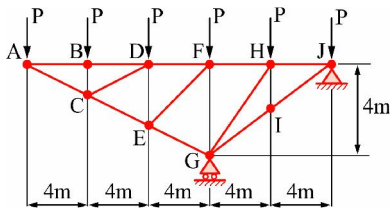
Forum.konkur.in

www.konkur.in

جامدات

(استاتیک، مقاومت مصالح، طراحی و اجزاء)

۷۱. نیروی داخلی عضو FH، در مکانیزم روبه‌رو، کدام است؟



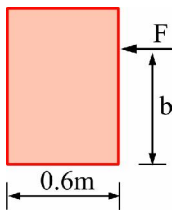
۱) 8P

۲) 5P

۳) 6P

۴) 4P

۷۲. جعبه‌ای به وزن 75kg روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک استاتیکی 0.20 قرار دارد. ارتفاع b چند متر باشد، تا جعبه حرکت کند، ولی واژگون نشود؟



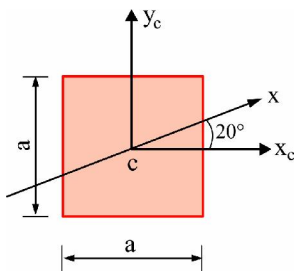
۱) 2

۲) 1.2

۳) 1.5

۴) 1

۷۳. مربعی به ضلع a و محورهای y_c, x_c از مرکز سطح آن گذشته و موازی با اضلاع آن می‌باشند، مفروض است. ممان اینرسی نسبت به محور x که زاویه 20° با محور x_c می‌سازد، کدام است؟



۱) $\frac{a^4}{12}$

۲) $\frac{a^4}{12}\left(1-\cos 40^{\circ x}\right)$

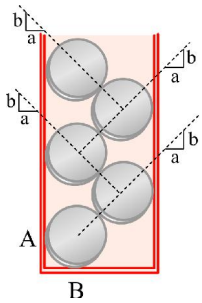
۳) $\frac{a}{12}^4\left(1+\cos 20^\circ\right)$

۴) $\frac{a^4}{12}\left(1+\cos 40^\circ\right)$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۷۴. سکه‌های زیر، در ظرف صاف پلاستیکی قرار دارند، اگر وزن هر سکه برابر W باشد، نسبت عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی سکه پایینی یعنی $\frac{N_A}{N_B}$، برابر کدام است؟ (از اصطکاک سطوح صرف‌نظر شود.)



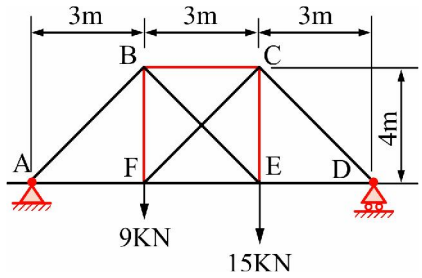
۱) $\frac{5}{4}\frac{b}{a}$

۲) $\frac{4}{5}\frac{b}{a}$

۳) $\frac{5}{4}\frac{a}{b}$

۴) $\frac{4}{5}\frac{a}{b}$

۷۵. در خرپای زیر، اعضای CF, BE کابل بوده و بدون تماس با یکدیگر کشش را می‌توانند تحمل کنند. کابل ..... تحت کشش قرار داشته و عضو AB تحت نیروی ..... کیلو نیوتن قرار دارد.



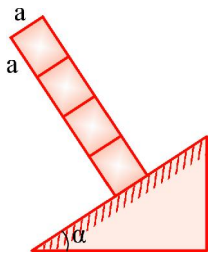
۱) CF، فشاری $\frac{65}{4}$

۲) BE، فشاری $\frac{55}{4}$

۳) CF، کششی $\frac{55}{4}$

۴) BE، کششی $\frac{33}{4}$

۷۶. حداکثر تعداد (n) بلوک‌های یکسان مکعبی را که می‌توان برروی سطح شیب‌دار روی هم چید، بدون آنکه تعادل آن‌ها بر هم بخورد، چقدر است؟ (کلیه سطوح زبر و با ضریب اصطکاک μ فرض شوند.)



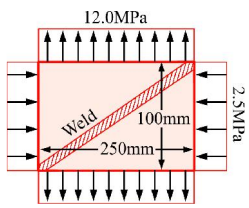
۱) $n \le \frac{1}{\mu}$ مشروط بر آن که $\mu \ge \tan\alpha$

۲) $n \le \frac{1}{\mu}$ مشروط بر آن که $\mu \le \tan\alpha$

۳) $n \ge \frac{1}{\mu}$ مشروط بر آن که $\mu \ge \tan\alpha$

۴) $n \ge \frac{1}{\mu}$ مشروط بر آن که $\mu \le \tan\alpha$

۷۷. ورق نشان داده شده در شکل در راستای قطر جوشکاری شده و در معرض تنش فشاری $2.5\,MPa$ در جهت طولی و تنش کششی $12\,MPa$ در جهت عرضی قرار گرفته است. تنش قائم در جهت عمود بر خط جوش و تنش برشی در امتداد خط جوش برحسب مگا پاسکال به ترتیب از راست به چپ کدامند؟ (ابعاد ورق $100mm \times 250\,mm$ می‌باشند.)



۱) $-0.5, 5$

۲) $5, -0.5$

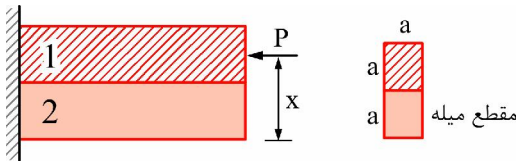
۳) $-0.5, 10$

۴) $5, 10$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۷۸. دو میله با مقطع مربع به ضلع a مطابق شکل کاملاً به یکدیگر متصل شده‌اند، تامیله‌ای با مقطع مستطیل به ابعاد $a \times 2a$ را تشکیل دهند. نیروی محوری متمرکز P در نقطه‌ای از محور تقارن قائم سطح مقطع که در فاصله x از وسط ضلع پایینی سطح مقطع قرار دارد وارد می‌گردد. در صورتی که میله مرکب خم نشود، x کدام است؟ $(E_2 = 2E_1)$



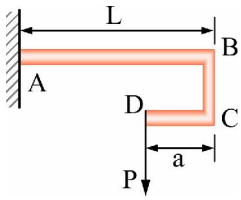
۱) $\frac{7}{6}a$

۲) $\frac{5}{6}a$

۳) $\frac{4}{3}a$

۴) $\frac{2}{3}a$

۷۹. در شکل زیر، برای خیز قائم نقطه B صفر باشد، نسبت $\frac{a}{L}$ چقدر انتخاب شود؟



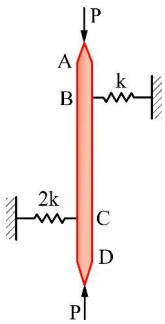
۱) $\frac{2}{3}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{1}{4}$

۸۰. بار بحرانی قطعه زیر (P_{cr})، چقدر است؟ ($BC = 2a , AB = CD = a$ و میله صلب است.)



۱) $2ak$

۲) $\frac{4ak}{3}$

۳) ak

۴) $\frac{2ak}{3}$

۸۱. دیسک نازکی به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b، با سرعت زاویه‌ای ثابت ω دوران می‌کند. گزینه صحیح، در مورد آن کدام است؟

۱) تنش شعاعی، از جدار داخلی تا جدار خارجی، صفر می‌باشد.
تنش محیطی، در جدار داخلی ماکزیمم و در جدار خارجی مینیمم می‌باشد.

۲) تنش شعاعی، از جدار داخلی تا جدار خارجی، به صورت خطی تغییر می‌کند.
تنش محیطی، در جدار داخلی تا جدار خارجی، صفر می‌باشد.

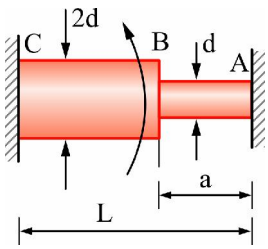
۳) در جدار داخلی، تنش شعاعی صفر و تنش محیطی، مینیمم می‌باشد.
در جدار خارجی، تنش شعاعی صفر و تنش محیطی، ماکزیمم می‌باشد.

۴) در جدار داخلی، تنش شعاعی صفر و تنش محیطی، ماکزیمم می‌باشد.
در جدار خارجی، تنش شعاعی صفر و تنش محیطی، مینیم می‌باشد.

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۸۲. محور ABC با قطر d در فاصله AB و 2d در فاصله BC در دو انتها به تکیه‌گاه صلبی جوش شده، و در نقطه B تحت گشتاور پیچشی T قرار گرفته است. برای این که دو تکیه‌گاه گشتاور مساوی تحمل کنند، نسبت $\frac{a}{L}$ چقدر باید باشد؟



۱) $\frac{1}{17}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{8}$

۴) $\frac{1}{16}$

۸۳. یک مخزن استوانه‌ای جدار نازک تحت فشار، به شعاع r در معرض هم‌زمان فشار داخلی P گاز و نیروی فشاری F در دو سر آن قرار دارد. اندازه نیروی F چه مقدار باشد، تا برش خالص در دیواره استوانه اتفاق بیفتد؟

۱) $2\pi Pr^2$

۲) $1.5\pi Pr^2$

۳) $3\pi Pr^2$

۴) πPr^2

۸۴. در یک فنر مارپیچ، قطر میانگین فنر دو برابر و تعداد دورهای فعال آن نصف می‌گردد. در این صورت، آهنگ فنر (ضریب فنریت stiffness) چه تغییری می‌کند؟

۱) چهار برابر کم می‌شود.

۲) چهار برابر زیاد می‌شود.

۳) هشت برابر کم می‌شود.

۴) هشت برابر زیاد می‌شود.

۸۵. کدام گزینه، مبین معیار واماندگی براساس انرژی کرنشی واپیچشی می‌باشد؟

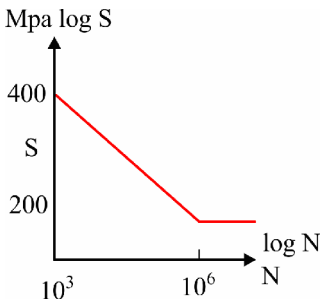
۱) هرگاه در شروع تسلیم، چگالی انرژی کرنشی کلی با چگالی انرژی کرنشی کلی در آزمایش کشش برابر شود.

۲) هرگاه انرژی ذخیره شده در جسم بیش‌تر از کار نیروهای خارجی باشد.

۳) هرگاه در شروع تسلیم، چگالی انرژی کرنشی انحرافی با چگالی انرژی کرنشی انحرافی در آزمایش کشش برابر شود.

۴) هرگاه انرژی ذخیره شده در جسم کم‌تر از کار نیروهای خارجی باشد.

۸۶. یک شافت فولادی با منحنی $Sy = 800\,MPa, Su = 1000\,MPa, S-N$ تحت تنش متناوب کششی ناشی از خمش به میزان 75MPa و تنش برشی ثابت ناشی از پیچش به میزان 300MPa قرار گرفته است. براساس محافظه‌کارانه‌ترین معیارها، آینده قطعه چگونه پیش‌بینی می‌شود؟



۱) قبل از 1000 سیکل خواهد شکست.

۲) حدود 50000 سیکل کار می‌کند.

۳) در اولین سیکل تسلیم می‌شود.

۴) قبل از 5000 سیکل تسلیم خواهد شد.

Forum.konkur.in

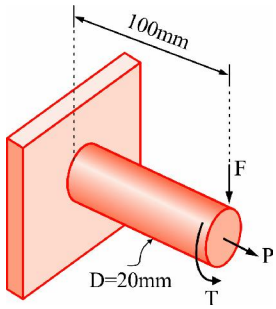
www.konkur.in

۸۷. در یک یاتاقان روغنی با تغذیه قطره‌ای، نیروی وارد و سرعت دورانی به طور هم زمان دو برابر می‌شوند. در این صورت، حداقل فاصله شافت با دیواره .....

۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) تغییر نمی‌کند.
۴) قابل پیش‌بینی نیست.

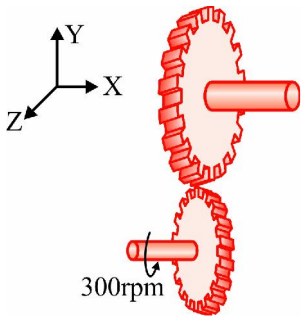
۸۸. براساس تئوری تسلیم واپیچشی، حداقل ضریب ایمنی برای قطعه زیر، چقدر است؟

$D = 20\,mm, F = 0.55\,kN, P = 8.0\,kN, T = 30\,Nm, S_y = 280\,MPa$



۱) 6.22
۲) 2.77
۳) 5.31
۴) 1.84

۸۹. قدرت $50\pi(W)$ مطابق شکل از طریق درگیری دو چرخ‌دنده مارپیچ با زاویه فشار نرمال $\phi_n = 30^\circ$ و زاویه مارپیچ $\psi = 45^\circ$ منتقل می‌شود. چرخ دنده راننده دارای قطر گامی $100\,mm$ است و با سرعت زاویه‌ای $300\hat{i}(rpm)$ دوران می‌کند. نیروی محوری وارد بر چرخ دنده راننده چند نیوتن است؟



۱) $+100\hat{i}$
۲) $-100\hat{i}$
۳) $+\frac{100}{\sqrt{3}}\hat{i}$
۴) $-\frac{100}{\sqrt{3}}\hat{i}$

۹۰. در یاتاقان ژورنال، با افزایش ویسکوزیته روغن و ثابت نگه‌داشتن تمامی پارامترهای طراحی دیگر (بار، سرعت، لقی شعاعی، قطر شافت و طول یاتاقان)، فشار ماکزیمم چه تغییری می‌کند؟

۱) کاهش می‌یابد.
۲) بستگی به نوع روغن دارد.
۳) بستگی به نسبت $\frac{L}{D}$ دارد.
۴) افزایش می‌یابد.

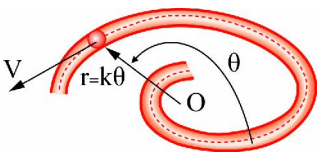
Forum.konkur.in

www.konkur.in

دینامیک و ارتعاشات

(دینامیک، ارتعاشات، دینامیک ماشین، کنترل)

۹۱. یک شیار ثابت حلزونی $r = k\theta$، در صفحه افقی قرار گرفته است. ذره‌ای به جرم m آزادانه با سرعت ثابت v در این شیار با اصطکاک اندک حرکت می‌کند. نیروی عکس‌العمل قائم شیار در صفحه افقی که بر ذره وارد می‌شود کدام است؟



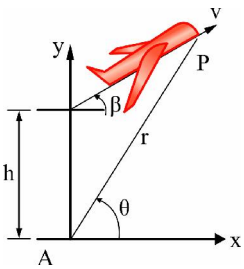
۱) $mv^2\dfrac{\left(r^2+2k^2\right)}{\sqrt{\left(k^2+r^2\right)^3}}$

۲) $\dfrac{3}{2}mv^2\dfrac{\left(r^2+k^2\right)}{\sqrt{\left(k^2+r^2\right)^3}}$

۳) $\dfrac{1}{2}mv^2\dfrac{\left(r^2+k^2\right)}{\sqrt{\left(k^2+r^2\right)^3}}$

۴) $mv^2\dfrac{\left(2r^2+k^2\right)}{\sqrt{\left(k^2+r^2\right)^3}}$

۹۲. هواپیمایی با سرعت ثابت v به نحوی حرکت می‌کند که با افق زاویه β می‌سازد. ایستگاه رادار A، آن را تعقیب می‌کند. سرعت شعاعی $\dot{r}$ برحسب پارامترهای داده شده کدام است؟



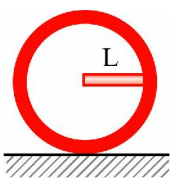
۱) $\dot{r} = v\sin(\theta-\beta)$

۲) $\dot{r} = v\cos^2\beta$

۳) $\dot{r} = v\sin(\theta+\beta)$

۴) $\dot{r} = v\cos(\theta-\beta)$

۹۳. میله ای با توزیع جرم یکنواخت به طول L و جرم m در داخل حلقه بدون جرمی به شعاع L جوش داده شده است. اگر این سیستم در لحظه نشان داده شده از حال سکون رها گردد، اندازه شتاب زاویه‌ای و عکس‌العمل قائم بر سطح آن در همین لحظه کدامند؟ (حلقه دارای تماس بدون لغزش با زمین می‌باشد.)



۱) $N = \dfrac{2g}{5L}, \alpha = 0$

۲) $N = \dfrac{13}{16}mg\ , \alpha = \dfrac{3g}{8L}$

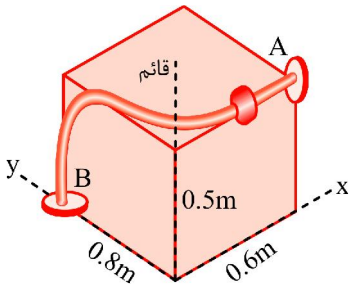
۳) $N = \dfrac{7}{8}mg, \alpha = \dfrac{2}{3}\dfrac{g}{L}$

۴) $N = \dfrac{13}{8}mg, \alpha = \dfrac{g}{3L}$

Forum.konkur.in

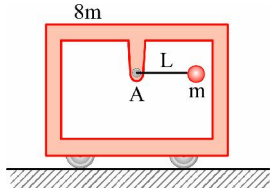
www.konkur.in

۹۴. لغزنده 2 کیلوگرمی در طول یک میله ثابت صیقلی تحت اثر نیروی وزن خود و نیروی خارجی ثابت $F=-15\vec{i}+10\vec{j}+15\vec{k}\,N$ حرکت می‌کند. اگر لغزنده از نقطه A از حالت سکون شروع به حرکت کند، اندازه سرعت آن وقتی که به نقطه B می‌رسد، چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ $\left(\vec{g}=-9.8\vec{k}\,\frac{m}{s^2}\right)$.



۱) 0.35
۲) 2.25
۳) 1.78
۴) 4.39

۹۵. قابی به جرم 6m در حال ایست می‌باشد. اگر آونگ به جرم m از ایست در حالت افقی رها شود. سرعت نسبی جرم آونگ نسبت به قاب هنگامی که آونگ عمودی می‌شود، کدام است؟



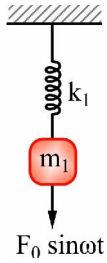
۱) $9\sqrt{\frac{gL}{21}}$
۲) $9\sqrt{\frac{gL}{23}}$
۳) $7\sqrt{\frac{gL}{21}}$
۴) $7\sqrt{\frac{gL}{23}}$

۹۶. سیستم جرم (m_1) و فنر (k_1) شکل زیر تحت نیروی هارمونیک $F_0\sin\omega t$ قرار دارد. می‌خواهیم با اضافه کردن جرم و فنر دیگری (k_2, m_2) به این سیستم دامنه ارتعاش جرم m_1 را صفر نماییم. در صورتی که چهار حالت زیر از نظر اجرایی امکان‌پذیر باشد، مناسب‌ترین و بهترین پاسخ کدام است؟

$k_1=25000\frac{N}{m}$

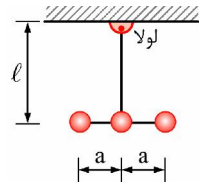
$m_1=250\,kg$

$\omega=10\frac{rad}{s}$



۱) $m_2=50kg\ ,\ k_2=10000\frac{N}{m}$
۲) $m_2=150\,kg, k_2=30000\frac{N}{m}$
۳) $m_2=150\,kg, k_2=15000\frac{N}{m}$
۴) $m_2=50\,kg\ ,\ k_2=5000\frac{N}{m}$

۹۷. در آونگ زیر، دو میله صلب و بدون جرم به هم جوش داده شده‌اند. مطابق شکل، سه جرم m به فواصل مساوی به یکی از میله‌ها متصل شده است. فرکانس طبیعی سیستم کدام است؟

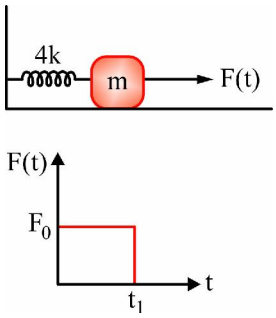


۱) $\sqrt{\frac{3gl}{3l^2+2a^2}}$
۲) $\sqrt{\frac{gl}{l^2+a^2}}$
۳) $\sqrt{\frac{g}{l}}$
۴) $\sqrt{\frac{2gl}{3l^2+2a^2}}$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۹۸. درسیستم زیر، نیرویی مطابق شکل وارد می‌شود. با فرض شرایط اولیه صفر، پاسخ سیستم برای $t > t_1$، کدام است؟



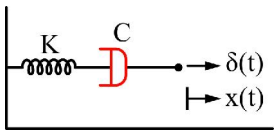
۱) $\frac{F_0}{k}\left[\cos\omega_n(t-t_1)+\cos\omega_n t\right]$

۲) $\frac{F_0}{4k}\cos\omega_n(t-t_1)$

۳) $\frac{F_0}{4k}\left[\cos\omega_n(t-t_1)-\cos\omega_n t\right]$

۴) $\frac{F_0}{k}\left[\cos\omega_n(t-t_1)+\cos\omega_n t\right]$

۹۹. سیستم زیر از یک فنر و دمپر که به طور سری به هم متصل شده‌اند تشکیل شده است. چنانچه نیروی $F(t)=\delta(t)$ سیستم را تحریک کند، پاسخ سیستم کدام است؟



۱) $\frac{1}{k}\delta(t)+\frac{1}{c}u(t)$

۲) $\frac{1}{c}\delta(t)+\frac{1}{k}u(t)$

۳) $\frac{1}{k}\delta(t)-\frac{1}{c}u(t)$

۴) $\frac{1}{c}\delta(t)-\frac{1}{k}u(t)$

۱۰۰. اگر دامنه یک نوسان میرا در دوره تناوب اول و دوم $1,2.5$ سانتی‌متر باشد، در دوره تناوب سوم، دامنه نوسان آن کدام است؟

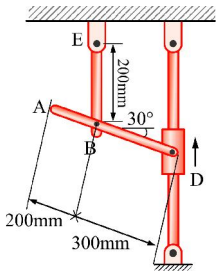
۱) 0.4

۲) $\text{Ln}(2.5)$

۳) $e^{2.5}$

۴) $\text{Ln}(1.5)$

۱۰۱. در شکل روبه‌رو، میله AD در نقاط D,B لولا شده است. در لحظه نشان داده شده، لغزنده D دارای سرعت $1.2\frac{m}{s}$ به سمت بالا می‌باشد. سرعت نقطه A در این لحظه چند متر بر ثانیه است.



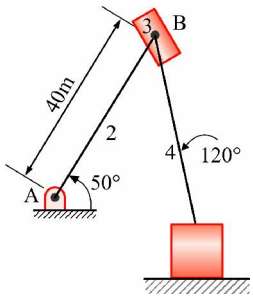
۱) 0.8

۲) 14

۳) 1.2

۴) 18

۱۰۲. در مکانیزم زیر، لینک 4 با سرعت $8\frac{m}{s}$ و شتاب $80\frac{m}{s^2}$ به سمت چپ حرکت می‌کند. پس از تکمیل دیاگرام سرعت، برای رسم دیاگرام شتاب از کدام فرمول می‌توان استفاده کرد؟



۱) $a_{B_2}=a_{B_4}+a^c_{B_2,B_4}+a^n_{B_2,B_4}$

۲) $a_{B_4}=a^n_{B_2}+a^t_{B_2}+a^c_{B_2,B_4}$

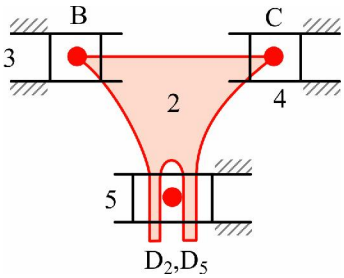
۳) $a^n_{B_2}+a^t_{B_2}=a_{B_4}+a^t_{B_2,B_4}$

۴) $a_{B_4}=a^n_{B_2}+a^t_{B_2}+a^t_{B_2,B_4}+a^n_{B_2,B_4}+a^c_{B_2,B_4}$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۰۳.در اهرم‌بندی پنج میله‌ای با اتصال چنگالی، در مفصل D کدام عبارت مصداق دارد؟



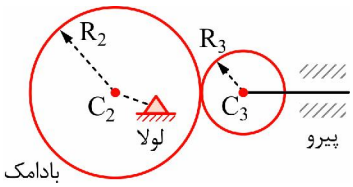
۱) $V_{D_5} \neq V_{D_2} = V_C$

۲) $V_{D_5} \neq V_{D_2} + V_{D_5D_2}$

۳) $V_{D_5} \neq V_{D_2} \neq V_C$

۴) $V_{D_5} = V_{D_2} = V_B = V_C$

۱۰۴.شعاع دایره مبنا در بادامک روبه رو کدام است؟ (لولا در فاصله e از مرکز بادامک (C_2) قرار دارد.)



۱) $2e$

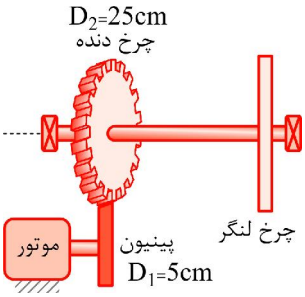
۲) $R_3 + R_2 - e$

۳) $R_3 + R_2 + e$

۴) $R_2 + R_3$

۱۰۵.مطابق شکل زیر، الکتروموتوری از طریق یک پینیون و چرخ‌دنده، محوری حامل چرخ لنگر را به حرکت درمی‌آورد. اگر ممان‌اینرسی قطعات برحسب kgm^2 به صورت زیر باشند:

چرخ لنگر 4 محور چرخ لنگر 0.02، چرخ دنده 0.98، موتور 0.15 و پینیون 0.05 همچنین گشتاور موتور در شروع حرکت برابر 10 نیوتن متر باشد، شتاب زاویه‌ای محور چرخ لنگر بالافاصله پس از روشن شدن موتور چند رادیان بر مجذور ثانیه می‌باشد؟



۱) 5

۲) 25

۳) 1

۴) 10

۱۰۶.دو سیستم خطی را در نظر بگیرید. سیستم اولی ثابت زمانی‌اش بسیار کوچک سیستم دومی ثابت زمانی‌اش در مقایسه با اولی بسیار بزرگ است. برای شناسایی (System Identification) این سیستم‌ها، دو روش عکس‌العمل سیستم‌ها را در نظر می‌گیریم.

روش اول: عکس‌العمل حالت گذرا به ورودی پله‌ای واحد

روش دوم: عکس‌العمل حالت ماندگار به ورودی فرکانسی

هر کدام از این سیستم‌ها باید با کدام روش شناسایی شود؟

۱) سیستم اولی با روشاول و سیستم دومی با روش دوم

۲) هر دو سیستم با هر دو روش قابل انجام است.

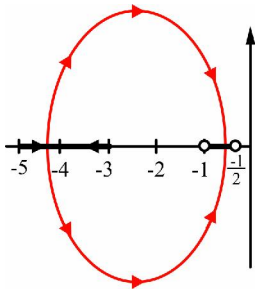
۳) سیستم اولی با روش دوم و سیستم دومی با روش اول

۴) هر دو سیستم با روش دوم

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۰۷. تحت تاثیر ورودی پله‌ای واحد و ورودی سرعت واحد، قدرمطلق خطای پایای سیستمی که مکان هندسی ریشه‌های آن در شکل ترسیم شده به ترتیب کدامند؟



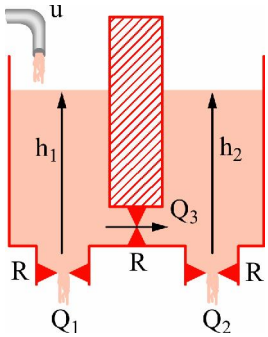
۱) $e_{ss}=0, |e_{ss}|=\frac{K}{15}$

۲) $|c_{ss}=\frac{30}{K}, c_{ss}=0$

۳) $e_{ss}=0, |e_{ss}|=\frac{K}{30}$

۴) $|c_{ss}|=\frac{15}{k}, e_{ss}=0$

۱۰۸. سیستم شکل زیر شامل دو مخزن است. اگر سطح مقطع مخازن مساوی هم و برابر $A=1$ و مقاومت شیرها همه مساوی $R=1$ باشد، با فرض آن‌که $h_2(t), h_1(t)$ ارتفاع سیال در دو ظرف، u دبی ورودی به ظرف اول و Q_2, Q_1 به ترتیب دبی خروجی از ظرف اول و دوم و Q_3 دبی عبوری بین دو ظرف باشد، با فرض خطی بودن سیستم یعنی $Q_1=\frac{h_1}{R}$، $Q_2=\frac{h_2}{R}$، $Q_3=\frac{h_1-h_2}{R}$ ، تابع تبدیل بین ورودی u و خروجی Q_3 کدام است؟



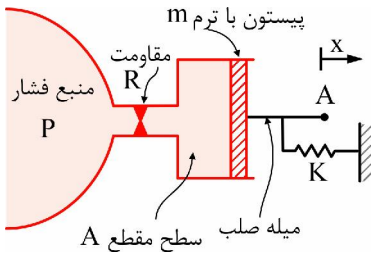
۱) $\frac{s+2}{(s+1)(s+3)}$

۲) $\frac{1}{(s+1)(s+3)}$

۳) $\frac{1}{(s+1)^2}$

۴) $\frac{1}{s+3}$

۱۰۹. سیستم شکل زیر، یک دستگاه اندازه‌گیری فشار را نشان می دهد. این دستگاه فشار P (کمیت مورد اندازه‌گیری) را به تغییر مکان x (کمیت مورد اندازه‌گیری) تبدیل می‌کند. برای سیستم با پارامترهای نشان داده شده، تابع تبدیل بین ورودی $P(s)$ و خروجی $X(s)$ کدام است؟



۱) $\frac{\frac{A}{R}}{s^2+ms+K}$

۲) $\frac{A}{ms^2+RA^2s+K}$

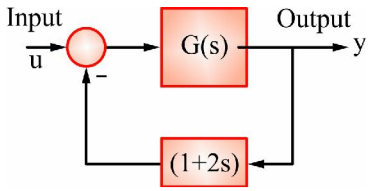
۳) $\frac{\frac{A}{K}}{ms+R+1}$

۴) $\frac{\frac{A}{m}}{s^2+Rs+k}$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱۰. یک سیستم کنترلی توسط بلوک دیاگرام زیر، نمایش داده شده است. بیشتر $G(s)$ مرتبه دو است. زمان نشست 2% آن تحت تاثیر ورودی پله، یک ثانیه است. زمان ماکزیمم (Peak time) آن تحت تاثیر ورودی پله، $\frac{\pi}{3}$ ثانیه است. خطای ماندگار تحت تاثیر ورودی پله، صفر است. تابع تبدیل $G(s)$ کدام است؟



۱) $\frac{5}{(s+1)(s+5)}$

۲) $\frac{25}{(s+1)(s+25)}$

۳) $\frac{25}{(s-1)(s+25)}$

۴) $\frac{25}{s(s-42)}$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

پاسخنامه

Forum.konkur.in

www.konkur.in

زبان عمومی

پاسخ تشریحی توسط: امیرحسین البرزی

۱. **گزینه ۲ درست است.**

لغو کردن

۲. **گزینه ۴ درست است.**

اشباع کردن

۳. **گزینه ۱ درست است.**

خسیس

۴. **گزینه ۳ درست است.**

رکود

۵. **گزینه ۴ درست است.**

مصیبت ـ بلا

۶. **گزینه ۲ درست است.**

نوعدوستی

۷. **گزینه ۳ درست است.**

۸. **گزینه ۱ درست است.**

شایع ـ گسترده

۹. **گزینه ۲ درست است.**

افزایش دادن

۱۰. **گزینه ۱ درست است.**

فراوان ـ زیاد

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱. گزینه ۳ درست است.

۱۲. گزینه ۴ درست است.

۱۳. گزینه ۱ درست است.

۱۴. گزینه ۲ درست است.

۱۵. گزینه ۴ درست است.

Forum.konkur.in

www.konkur.in

زبان تخصصی

۱۶. گزینه ۳ درست است.

۱۷. گزینه ۱ درست است.

۱۸. گزینه ۴ درست است.

۱۹. گزینه ۴ درست است.

۲۰. گزینه ۲ درست است.

۲۱. گزینه ۱ درست است.

۲۲. گزینه ۴ درست است.

۲۳. گزینه ۳ درست است.

۲۴. گزینه ۲ درست است.

۲۵. گزینه ۳ درست است.

۲۶. گزینه ۲ درست است.

۲۷. گزینه ۱ درست است.

۲۸. گزینه ۳ درست است.

۲۹. گزینه ۴ درست است.

۳۰. گزینه ۱ درست است.

Forum.konkur.in

www.konkur.in

ریاضی

(ریاضی عمومی ۱ و ۲، معادلات دیفرانسیل، ریاضی مهدسی)

پاسخ تشریحی توسط: محمد صادق معتقدی

۳۱. گزینه ۳ درست است.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{\sqrt{i}}{n^{\frac{3}{2}}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1}}{n^{\frac{3}{2}}}+\ldots+\frac{\sqrt{n}}{n^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left\{\sqrt{\frac{1}{n}}+\sqrt{\frac{2}{n}}+\ldots+\sqrt{\frac{n}{n}}\right\}$$

$$=\int_0^1\sqrt{x}\,dx=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1=\frac{2}{3}$$

۳۲. گزینه ۲ درست است.

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left|\frac{(-1)^{n-1}(x-2)^n}{4\sqrt[n]{n}}\right|}<1\quad\rightarrow$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left|(-1)^{n-1}\right||x-2|}{\sqrt[n]{4}\,\sqrt[n^2]{n}}<1\quad\rightarrow\quad|x-2|<1\quad\rightarrow$$

$$-1<x-2<1\quad\rightarrow\quad 1<x<3$$

پس یکی از گزینه‌های اول یا دوم صحیح هستند.

در $x=1$ سری موردنظر تبدیل می‌شود به:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}(-1)^n}{4\sqrt[n]{n}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{2n}(-1)^{-1}}{4\sqrt[n]{n}}=-\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{n}}$$

که واگرا می‌باشد، زیرا شرط لازم برای همگرائی را ندارد و لذا باید گزینه دوم صحیح باشد.

۳۳. گزینه ۴ درست است.

$$I_1=\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

$$I_3=\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\,dx$$

با تغییر متغیر $\sqrt{1-x^2}=t$ داریم:

$$1-x^2=t^2 \quad\rightarrow\quad -xdx=tdt$$

$$I_1=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,xdx=\int_1^0 t(-tdt)=\frac{t^3}{3}\Big|_0^1=\frac{1}{3}$$

$$I_3=\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}\,xdx=\int_1^0\left(1-t^2\right)t(-tdt)=\left(\frac{t^3}{3}-\frac{t^5}{5}\right)\Big|_0^1=\frac{2}{15}$$

ملاحظه می‌شود:

$$\frac{I_3}{I_1}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{3}}=\frac{2}{5}$$

پس حاصل k به ازاء $n=3$ باید $\frac{2}{5}$ باشد که فقط با گزینه چهارم یعنی $\frac{n-1}{n+2}$ انطباق دارد.

راه دیگر:

$$I_n=\int_0^1 x^n\sqrt{1-x^2}dx=\int_0^1\frac{x^n\left(1-x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}}dx$$

$$=\int_0^1 x^{n-1}\left(1-x^2\right)\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx$$

$$\begin{cases}x^{n-1}\left(1-x^2\right)=u\\ \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx=dv\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\left((n-1)x^{n-2}-(n+1)x^n\right)dx=dv\\ -\sqrt{1-x^2}=v\end{cases}$$

$$I_n=\left(-\sqrt{1-x^2}\,x^{n-1}\left(1-x^2\right)\right)\Big|_0^1+\int_0^1\left((n-1)x^{n-2}-(n+1)x^n\right)\sqrt{1-x^2}\,dx$$

$$=(n-1)I_{n-2}-(n+1)I_n \quad\rightarrow$$

$$(n+2)I_n=(n-1)I_{n-2} \quad\rightarrow$$

$$I_n=\frac{n-1}{n+2}I_{n-2}$$

راه دیگر:

با تغییر متغیر $x=\sin\theta$ داریم:

$$I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n\theta\sqrt{1-\sin^2\theta}\cos\theta d\theta=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n\theta\cos^2\theta d\theta$$

$$\begin{cases}\cos\theta=u\\ \sin^2\theta\cos\theta d\theta=dv\end{cases}\rightarrow\begin{cases}-\sin\theta d\theta=du\\ \dfrac{1}{n+1}\sin^{n+1}\theta=v\end{cases}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

$$I_n = \left(\frac{1}{n+1}\cos\theta\sin^{n+1}\theta\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{n+1}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{n+2}\theta d\theta$$

$$= \frac{1}{n+1}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{n+2}\theta d\theta$$

$$= \frac{1}{n+1}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{n}\theta\sin^{2}\theta d\theta$$

$$= \frac{1}{n+1}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{n}\theta\left(1-\cos^{2}\theta\right)d\theta$$

$$= \frac{1}{n+1}\left\{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{n}\theta d\theta - \int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{n}\theta\cos^{2}\theta d\theta\right\} \Rightarrow$$

$$I_n = \frac{1}{n+1}\left\{(n-1)I_{n-2} - I_n\right\} \rightarrow$$

$$I_n\left(1+\frac{1}{n+1}\right) = \frac{n-1}{n+1}I_{n-2} \rightarrow$$

$$I_n\frac{n+2}{n+1} = \frac{n-1}{n+1}I_{n-2} \rightarrow$$

$$I_n = \frac{n-1}{n+2}I_{n-2}$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$\cosh(a+b) = \frac{e^{a+b}+e^{-(a+b)}}{2}$$

$$\cosh a\cosh b = \frac{e^{a}+e^{-a}}{2}\frac{e^{b}+e^{-b}}{2}$$

$$= \frac{e^{a+b}+e^{a-b}+e^{b-a}+e^{-(a+b)}}{4}$$

$$\sinh a\sinh b = \frac{e^{a}-e^{-a}}{2}\frac{e^{b}-e^{-b}}{2}$$

$$= \frac{e^{a+b}-e^{a-b}-e^{b-a}+e^{-(a+b)}}{4}$$

ملاحظه می‌شود:

$$\cosh a\cosh b + \sinh a\sinh b = \cosh(a+b)$$

و به همین ترتیب می‌توان نشان داد:

$$\sinh a\cosh b + \cosh a\sinh b = \sinh(a+b)$$

به ازاء $b=-a$ داریم:

$$\cosh(a+b) = \cosh 0 = 1$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

$$\begin{cases}\cosh a\cosh b-\sinh a\sinh b=\cosh^2 a+\sinh^2 a\neq 1\\ \cosh a\cosh b+\sinh a\sinh b=\cosh^2 a-\sinh^2 a=1\end{cases}$$

$$\sinh(a+b)=\sinh 0=0$$

$$\begin{cases}\sinh a\cosh b-\cosh a\sinh b=\sinh a\cosh a+\cosh a\sinh a\neq 0\\ \sinh a\cosh b+\cosh a\sinh b=\sinh a\cosh a-\cosh a\sinh a=0\end{cases}$$

۳۵. گزینه ۲ درست است.

روی نیم کره بالایی از کره داده شده داریم:

$$ds=\frac{adxdy}{\sqrt{a^2-x^2-y^2}}$$

و سطح بریده شده از روی این نیم‌کره توسط استوانه $x^2+y^2=ax$ تصویرش روی صفحه xy داخل دایره $x^2+y^2=ax$ می‌باشد، بنابراین کل سطح موردنظر چنین محاسبه می‌شود:

$$A=2\iint_{D:x^2+y^2\le ax}\frac{adxdy}{\sqrt{a^2-x^2-y^2}}$$

معادله $x^2+y^2=ax$ در مختصات قطبی چنین است:

$$r^2=ar\cos\theta\ \rightarrow\ r=a\cos\theta\ ,\ \frac{-\pi}{2}\le\theta\le\frac{\pi}{2}$$

$$A=4a\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{a\cos\theta}\frac{ardrd\theta}{\sqrt{a^2-r^2}}=4a\int_0^{\frac{\pi}{2}}-\sqrt{a^2-r^2}\Big|_0^{a\cos\theta}d\theta$$

$$=-4a\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sqrt{a^2-a^2\cos^2\theta}-\sqrt{a^2}\right)d\theta$$

$$=-4a\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin\theta-1)d\theta$$

$$=-4a^2\ (-\cos\theta-\theta)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=-4a^2\left(-\frac{\pi}{2}+1\right)=2a^2(\pi-2)$$

۳۶. گزینه ۱ درست است.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)}f(x,y)=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy(x-y)}{x^2+y^2}$$

$$=\lim_{r\to 0}\frac{r\cos\theta r\sin\theta(r\cos\theta-r\sin\theta)}{r^2}$$

$$=\lim_{r\to 0}r\cos\theta\sin\theta(\cos\theta-\sin\theta)=0=f(0)$$

پس f در $(0,0)$ پیوسته است و گزینه دوم مردود می‌شود.

طبق تعریف مشتق سویی داریم:

$$\frac{df}{d\vec{u}}(0,0)=\lim_{t\to 0}\frac{f(tu_1,tu_2)-f(0,0)}{t}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

$$= \lim_{t\to 0} \frac{\dfrac{tu_1 tu_2\left(tu_1 - tu_2\right)}{\left(tu_1\right)^2 + \left(tu_2\right)^2} - 0}{t}$$

$$\frac{u_1 u_2\left(u_1 - u_2\right)}{u_1 2 + u_2 2} = u_1 u_2\left(u_1 - u_2\right)$$

و گزینه چهارم مردود می‌شود.

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(\Delta x,0) - f(0,0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{\dfrac{(\Delta x)(0)(\Delta x - 0)}{(\Delta x)^2 + (0)^2} - 0}{\Delta x} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \lim_{\Delta y\to 0} \frac{f(0,\Delta x) - f(0,0)}{\Delta y} = \lim_{\Delta y\to 0} \frac{\dfrac{(0)(\Delta y)(0 - \Delta y)}{(0)^2 (\Delta y)^2} - 0}{\Delta y} = 0$$

۳۷. گزینه ۱ درست است.

$$\vec{r} = \left(\ln t, \sqrt{2}\, t, \frac{t^2}{2}\right)$$

$$\vec{r}' = \left(\frac{1}{t}, \sqrt{2}, t\right) = \vec{v} \quad \text{بردار سرعت}$$

$$\vec{r}'' = \left(-\frac{1}{t^2}, 0, 1\right) = \vec{a} \quad \text{بردار شتاب}$$

بردار مماس یکه عبارت است از:

$$\vec{T} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{\left(\frac{1}{t}, \sqrt{2}, t\right)}{\sqrt{\frac{1}{t^2} + 2 + t^2}} = \frac{\left(\frac{1}{t}, \sqrt{2}, t\right)}{\left(\frac{1}{t} + t\right)} = \frac{\left(1, \sqrt{2}\, t, t^2\right)}{1 + t^2}$$

(گزینه سوم مردود می‌شود)

امتداد بردار قایم نوع دوم عبارت است از:

$$\vec{v} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{1}{t} & \sqrt{2} & t \\ -\frac{1}{t^2} & 0 & 1 \end{vmatrix} = \sqrt{2}\, i - \frac{2}{t} j + \frac{\sqrt{2}}{t^2} k \equiv t^2 i - \sqrt{2}\, tj + k$$

(گزینه دوم مردود می‌شود.)

مقدار انحناء چنین به دست می‌آید:

$$k(t) = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3}$$

$$= \frac{\sqrt{2 + \frac{4}{t^2} + \frac{2}{t^4}}}{\left(\sqrt{\left(\frac{1}{t}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 + (t)^2}\right)^3}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

$$= \frac{\frac{\sqrt{2}}{t^2}\left(t^2+1\right)}{\left(\frac{1}{t}+t\right)^3} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{t^2}\left(t^2+1\right)}{\frac{\left(t^2+1\right)^3}{t^3}} = \frac{\sqrt{2}\,t}{\left(t^2-1\right)^2}$$

۳۸. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = y\left(e^{-x^2-y^2} - 2x^2e^{-x^2-y^2}\right) = y\left(1-2x^2\right)e^{-x^2-y^2} \\ \frac{\partial f}{\partial y} = x\left(e^{-x^2-y^2} - 2y^2e^{-x^2-y^2}\right) = x\left(1-2y^2\right)e^{-x^2-y^2} \end{cases}$$

نقاط بحرانی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = y = 0 \\ x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\ ,\ y = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$f(0,0) = 0$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}e^{-1}$$

$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = f\left(\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{2}e^{-1}$$

پس گزینه سوم صحیح است.

توجه داریم وقتی $x \to \infty$ یا $y \to \infty$، داریم $f \to 0$

۳۹. گزینه ۳ درست است.

معادله مرتبه اول خطی است و داریم:

$$y(t) = e^{-\int\frac{t+1}{t}dt}\left\{\int 2te^{-t}.e^{\int\frac{t+1}{t}dt}dt + c\right\}$$

$$= e^{-(t+\ln t)}\left\{\int 2te^{-t}.e^{t+\ln t}dt + c\right\}$$

$$= \frac{e^{-t}}{t}\left\{\int 2te^{-t}.te^{t}dt + c\right\}$$

$$= \frac{e^{-t}}{t}\left\{t^2 + c\right\} = te^{-t} + \frac{ce^{-t}}{t}$$

چون قرار است حد جواب مسأله در $t = 0$ برابر صفر باشد باید $c = 0$ و لذا:

$$y(t) = te^{-t} \quad \to \quad y(1) = 1e^{-1} = \frac{1}{e}$$

پس باید $a = \frac{1}{e}$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۰. گزینه ۱ درست است.

معادله از نوع کامل است زیرا:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(ye^{xy}\cos 2x - 2e^{xy}\sin 2x + 2x\right)$$
$$= e^{xy}\cos 2x + xye^{xy}\cos 2x - 2xe^{xy}\sin 2x$$
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(xe^{xy}\cos 2x - 3\right)$$
$$= e^{xy}\cos 2x + xye^{xy}\cos 2x - 2xe^{xy}\sin 2x$$

و جواب عمومی چنین می‌باشد:

$$e^{xy}\cos 2x + x^2 - 3y = c$$

شرط گذشتن جواب از مبدأ نتیجه می‌دهد $c = 1$ و لذا:

$$e^{xy}\cos 2x + x^2 - 3y = 1$$

به ازاء $x = \frac{\pi}{4}$ به دست می‌آید:

$$e^{\frac{\pi}{4}y}\cos\frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 - 3y = 1 \quad \rightarrow$$
$$y = \frac{1}{3}\left(\frac{\pi^2}{16} - 1\right) = \frac{\pi^2}{48} - \frac{1}{3}$$

۴۱. گزینه ۴ درست است.

مجموع ضرایب معادله صفر است زیرا:

$$(x) + (1-2x) + (x-1) = 0$$

پس یک پایه جواب معادله e^x است.

اگر پایه جواب دوم معادله را $u(x)e^x$ فرض کنیم داریم:

$$u(x) = \int \frac{1}{\left(y_1(x)\right)^2} e^{-\int \frac{b(x)}{a(x)}dx}\,dx$$
$$= \int \frac{1}{\left(e^x\right)2} e^{-\int \frac{1-2x}{x}dx}\,dx$$
$$= \int \frac{1}{e^{2x}} e^{-\ln x + 2x}dx = \int \frac{1}{e^{2x}} e^{-\ln x}\, e^{2x}\,dx$$
$$= \int \frac{1}{x}dx = \ln x$$

پس پایه جواب دوم چنین می‌باشد:

$$\ln x \times e^x$$

بنابراین گزینه چهارم صحیح است.

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۲. گزینه ۳ درست است.

معادله از نوع کوشی غیرهمگن است:

معادله مشخصه $\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)+\lambda(\lambda-1)\underbrace{-2\lambda+2}_{-2(\lambda-1)}=0 \rightarrow$

$$(\lambda-1)\{\lambda(\lambda-2)+\lambda-2\}=0 \rightarrow$$

$$(\lambda-1)(\lambda^2-\lambda-2)=0 \rightarrow \lambda=1,-1,2$$

پس پایه‌های جواب معادله همگن عبارتند از x^1, x^{-1}, x^2 با تغییر متغیر $t=\ln x$ معادله کوشی غیرهمگن داده شده تبدیل به معادله با ضرایب ثابت غیرهمگن زیر می‌شود.

$$(D-1)(D^2-D-2)y=2e^{4t} \rightarrow$$

$$y_p=\frac{1}{(D-1)(D^2-D-2)}(2e^{4t}) \xrightarrow{D\to 4}$$

$$y_p=\frac{1}{(4-1)(16-4-2)}(2e^{4t})=\frac{1}{15}e^{4t}=\frac{1}{15}x^4$$

لذا جواب عمومی مسأله اصلی چنین می‌باشد:

$$y=Ax+Bx^{-1}+Cx^2+\frac{1}{15}x^4$$

که به ازاء A و B و Cهای دلخواه هیچگاه به گزینه سوم منجر نمی‌شود.

توجه داریم بعد از یافتن پایه‌های جواب، بدون نیاز به یافتن جواب خصوصی هم می‌توان گزینه تست را انتخاب کرد.

۴۳. گزینه ۲ درست است.

از معادلات دستگاه تبدیل لاپلاس می‌گیریم:

$$\begin{cases} SX_1-x_1(0)=X_1-2X_2 \\ SX_2-x_2(0)=3X_1-4X_2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} (S-1)X_1+2X_2=-1 \\ -3X_1+(S+4)X_2=2 \end{cases}$$

با ضرب معادله اول در 3 و ضرب معادله دوم در $(S-1)$ و جمع معادلات حاصله به دست می‌آید:

$$\{(3)(2)+(S-1)(S+4)\}X_2=(3)(-1)+(S-1)(2) \rightarrow$$

$$(S^2+3S+2)X_2=2S-5 \rightarrow$$

$$X_2=\frac{2S-5}{(S+1)(S+2)}=\frac{-7}{S+1}+\frac{9}{S+2} \rightarrow$$

$$x_2(t)=-7e^{-t}+9e^{-2t}$$

با قرار دادن این عبارت در معادله دوم دستگاه داریم:

$$7e^{-t}-18e^{-2t}=3x_1+28e^{-t}-36e^{-2t} \rightarrow$$

$$x_1(t)=-7e^{-t}+6e^{-2t}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

راه دیگر:

از معادله دوم دستگاه در $t=0$ به دست می‌آید:

$$x'_2(0)=3x_1(0)-4x_2(0)=3(-1)-4(2)=-11$$

حال با استفاده از اپراتور $D=\frac{d}{dt}$ معادلات دستگاه چنین می‌شود:

$$\begin{cases}Dx_1=x_1-2x_2\\ Dx_2=3x_1-4x_2\end{cases}\rightarrow\begin{cases}(D-1)x_1+2x_2=0\\ -3x_1+(D+4)x_2=0\end{cases}$$

با ضرب معادله اول در 3 و ضرب معادله دوم در $(D-1)$ و جمع معادلات حاصله داریم:

$$\big((3)(2)+(D-1)(D+4)\big)x_2=0\rightarrow$$

$$\left(D^2+3D+2\right)x_2=0$$

معادله مشخصه: $\lambda^2+3\lambda+2=0\rightarrow\lambda=-1,-2$

لذا جواب عمومی $x_2(t)$ چنین است:

$$x_2(t)=Ae^{-t}+Be^{-2t}$$

با اعمال شرایط اولیه به دست می‌آید.

$$\left.\begin{array}{l}x_2(0)=2\rightarrow A+B=2\\ x'_2(1)=-11\rightarrow -A-2B=-11\end{array}\right\}\rightarrow A=-7,B=9$$

پس داریم:

$$x_2(t)=-7e^{-t}+9e^{-2t}$$

۴۴. گزینه ۳ درست است.

$$f(z)=(1+z)^{\frac{1}{z}}\rightarrow\ln f(z)=\frac{1}{z}\ln(1+z)$$

و با توجه به بسط $\ln(1+z)=z-\frac{z^2}{2}+\frac{z^3}{3}-\frac{z^4}{4}\ldots$ داریم:

$$\ln f(z)=\frac{1}{z}\left(z-\frac{z^2}{2}+\frac{z^3}{3}-\frac{z^4}{4}-\ldots\right)\rightarrow$$

$$\ln f(z)=1-\frac{z}{2}+\frac{z^2}{3}-\frac{z^3}{4}\ldots$$

با مشتق‌گیری‌های متوالی به دست می‌آید:

$$\frac{f'(z)}{f(z)}=-\frac{1}{2}+\frac{2z}{3}-\frac{3z^2}{4}\ldots$$

$$\frac{f''(z)f(z)-f'(z)^2}{f^2(z)}=\frac{2}{3}-\frac{6z}{4}-\ldots$$

حد تابع $f(z)$ در $z=0$ برابر e بوده و لذا:

$$\frac{f'(0)}{e}=-\frac{1}{2}\rightarrow f'(0)=-\frac{e}{2}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

$$\frac{f''(0)(e)-\left(-\frac{e}{2}\right)^2}{(e)^2}=\frac{2}{3} \rightarrow$$

$$ef''(0)=\frac{2}{3}e^2+\frac{1}{4}e^2 \rightarrow f''(0)=\frac{11}{12}e$$

و ضریب z^2 برابر می‌شود با:

$$\frac{f''(0)}{2!}=\frac{11}{24}e$$

۴۵. گزینه ۳ درست است.

برای $z\neq 0$ داریم:

$$f(z)=\frac{(\bar{z})^2}{z}=\frac{\left(re^{-i\theta}\right)^2}{re^{i\theta}}=re^{-3i\theta}=r(\cos 3\theta-i\sin 3\theta) \Rightarrow \begin{cases} u=r\cos 3\theta \\ v=-r\sin 3\theta \end{cases}$$

طبق تعریف مشتق در یک نقطه می‌توان نوشت:

$$f'(0)=\lim_{z\to 0}\frac{f(z)-f(0)}{z-0}=\lim_{\substack{v\to 0 \\ \forall\theta}}\frac{re^{-3i\theta}-0}{re^{i\theta}}=e^{-4i\theta} \quad (\theta \text{ وابسته به})$$

پس حد فوق که مبین $f'(0)$ می‌باشد موجود نیست و تابع f در $z=0$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

اما معادلات کوشی ریمان یعنی $\begin{cases} ru_r=v_\theta \\ -u_\theta=rv_r \end{cases}$ در مبدأ یعنی $z=0$ برقرارند چرا که:

$$\left.\begin{aligned} ru_r&=r(\cos 3\theta) \\ v_\theta&=-3r\cos 3\theta \end{aligned}\right\} \rightarrow$$ در $z=0$ که متناظر $r=0$ می‌باشد با هم برابرند.

$$\left.\begin{aligned} -u_\theta&=3r\sin 3\theta \\ rv_r&=r(-\sin 3\theta) \end{aligned}\right\} \rightarrow$$ در $z=0$ که متناظر $r=0$ می‌باشد با هم برابرند.

بنابراین گزینه سوم صحیح است.

دقت داریم مثلاً $u_r=\cos 3\theta$ که در $(0,0)$ پیوسته نیست زیرا بسته به آن که با چه θای به $(0,0)$ نزدیک شـویم $\cos 3\theta$ مقادیر متفاوتی خواهد داشت.

۴۶. گزینه ۲ درست است.

$$f(z)=e^z\sinh\frac{1}{z}$$

$$=\left(1+z+\frac{z^2}{2!}+\frac{z^3}{3!}+\frac{z^4}{4!}+\ldots\right)\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{z^3 3!}+\frac{1}{z^5 5!}+\ldots\right)$$

$$\frac{1}{z} \text{ ضریب جمله } =1+\frac{1}{2!3!}+\frac{1}{4!5!}+\ldots$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!(n+1)!}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۷. گزینه ۱ درست است.

گزینه‌ای صحیح است که دو شرط مرزی همگن

$$\begin{cases} T(0,y)=T(a,y) \\ T_x(0,y)=T_x(a,y) \end{cases}$$

را ارضا کند و البته کامل‌ترین گزینه پاسخ تست خواهد بود.

توابع $\sin\frac{2n\pi x}{a}$ و $\cos\frac{2n\pi x}{a}$ و $\frac{1}{2}$ دارای شرایط موردنظر هستند چرا که در همگی آنها:

۱. حاصل کار در $x=0$ و $x=a$ یکسان است.

۲. مشتق حاصل کار نسبت به x در $x=0$ و $x=a$ یکسان است.

دقت داریم گزینه چهارم به خاطر نداشتن عدد ثابت $\frac{1}{2}$ مردود می‌شود.

گزینه دوم به خاطر مثلاً جمله $\cos\frac{n\pi x}{a}$ که $x=0$ و $x=a$ حاصل یکسان ندارد مردود می‌شود.

گزینه سوم به خاطر مثلاً جمله $\cos\frac{(2n-1)\pi x}{a}$ که در $x=0$ و $x=a$ حاصل یکسان ندارد مردود می‌شود.

۴۸. گزینه ۳ درست است.

$$a_0=\frac{2}{L}\int_0^L x(L-x)dx$$

$$=\frac{2}{L}\left(\frac{Lx^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^L$$

$$=\frac{2}{L}\left(\frac{L^3}{2}-\frac{L^3}{3}\right)=\frac{L^2}{3}$$

$$a_n=\frac{2}{L}\int_0^L x(L-x)\cos\frac{n\pi}{L}xdx$$

	مشتق	انتگرال
	$xL-x^2$	$\cos\frac{n\pi}{L}x$
↘ +		
	$L-2x$	$\frac{L}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{L}x$
↘ −		
	-2	$-\frac{L^2}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{L}x$
↘ +		
	0	$\frac{-L^3}{n^3\pi 3}\sin\frac{n\pi}{L}x$

$$a_n=\frac{2}{L}\left(\frac{L}{n\pi}\left(xL-x^2\right)\sin\frac{n\pi}{L}x+\frac{L^2}{n^2\pi^2}(L-2x)\cos\frac{n\pi}{L}x+\frac{2L^3}{n^3\pi^3}\sin\frac{n\pi}{L}x\right)\Big|_0^L$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

$$= \frac{2}{L}\left(-\frac{L^3}{n^2\pi^2}\cos n\pi - \frac{L^3}{n^2\pi^2}\right) \equiv \frac{2L}{n^2\pi^2}(\cos n\pi + 1)$$

$$= \begin{cases} \frac{-4L^2}{n^2\pi^2} & n \text{ زوج} \\ 0 & n \text{ فرد} \end{cases}$$

پس سری فوریه کسینوسی تابع چنین است:

$$f(x) = \frac{L^2}{6} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-4L^2}{(2m)^2\pi^2}\cos\frac{2m\pi}{L}x = \frac{L^2}{6} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4L^2}{4(m\pi)^2}\cos\frac{2m\pi x}{L}$$

۴۹. گزینه ۴ درست است.

$f(x)$ باید ضرایب انتگرال فوریه کسینوسی تابع $g(\omega) = \begin{cases} 1-\omega & 0<\omega<1 \\ 0 & \omega>0 \end{cases}$ باشد.

یعنی:

$$f(x) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} g(\omega)\cos\omega\, d\omega$$

$$= \frac{2}{\pi}\int_0^1 (1-\omega)\cos x\omega\, d\omega$$

مشتق	انتگرال
$1-\omega$	$\cos x\omega$
$\searrow +$	
-1	$\frac{1}{x}\sin x\omega$
$\searrow -$	
0	$-\frac{1}{x^2}\cos x\omega$

$$f(x) = \frac{2}{\pi}\left(\frac{1-\omega}{x}\sin x\omega - \frac{1}{x^2}\cos x\omega\right)\Big|_0^1$$

$$= \frac{2}{\pi}\left(-\frac{1}{x^2}\cos x + \frac{1}{x^2}\right) = \frac{2(1-\cos x)}{\pi x^2}$$

۵۰. گزینه ۳ درست است.

از جدول تبدیلات فوریه می‌دانیم:

$$F\left(\frac{\sin ax}{x}\right) = \begin{cases} \pi & |\omega|<a \\ 0 & |\omega|>a \end{cases}$$

پس:

$$F\left(\frac{\sin x}{x}\right) = \begin{cases} \pi & |\omega|<1 \\ 0 & |\omega|>1 \end{cases} = \begin{cases} 0 & \omega<-1 \\ \pi & -1<\omega<1 \\ 0 & \omega>1 \end{cases}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

حرارت و سیالات

(ترمودینامیک، مکانیک سیالات، انتقال حرارت)

پاسخ تشریحی توسط: مرتضی صفری‌فرد

۵۱. گزینه ۴ درست است.

۵۲. گزینه ۳ درست است.

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{m}{2} C \ln \frac{T_f}{T_1} + \frac{m}{2} C \ln \frac{T_f}{T_2}$$

T_f: دمای تعادل

$$\Rightarrow \quad \Delta S = \frac{m}{2} C \ln \frac{T_f^2}{T_1 T_2} = mC \ln \frac{T_f}{(T_1 T_2)^{\frac{1}{2}}} \qquad (I)$$

به دست آوردن T_f:

اگر فرض کنیم $T_2 < T_1$ آن‌گاه $T_2 < T_f < T_1$ و داریم:

$$|Q_1| = |Q_2| \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{2} C (T_1 - T_f) = \frac{m}{2} C (T_f - T_2) \quad \Rightarrow \quad T_f = \frac{T_1 + T_2}{2} \qquad (II)$$

$$(I), (II) \quad \Rightarrow \quad \Delta S = mC \ln \left(\frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}} \right)$$

۵۳. گزینه ۲ درست است.

$$\left. \begin{aligned} Tds &= du + Pdv \\ ds &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \Rightarrow \quad du = Pdv$$

$$\Rightarrow \quad B(Pdv + vdP) = -Pdv$$

$$\Rightarrow \quad (B+1)Pdv = -BvdP \quad \Rightarrow \quad -\frac{B+1}{B}\frac{dv}{v} = \frac{dP}{P} \quad \Rightarrow \quad -\frac{B+1}{B} \ln v = \ln P + C$$

$$\Rightarrow \quad v^{-\frac{B+1}{B}} = KP \quad \Rightarrow \quad Pv^{\frac{B+1}{B}} = \text{ثابت}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۵۴. گزینه ۴ درست است.

$$C_3H_8 + 5(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O + 5\times 3.76\ N_2$$
$$C_3H_8 + 1.6\times 5(O_2 + 3.76\,N_2) \rightarrow 2.4CO_2 + 0.6CO + 4H_2O + 8\times 3.76N_2 + xO_2$$

موازنه برای اکسیژن:

$$16 = 9.4 + 2x \Rightarrow x = 3.3$$

۵۵. گزینه ۳ درست است.

۵۶. گزینه ۱ درست است.

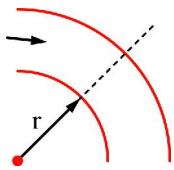
$$W_{net} = \eta_{th} Q_H = \eta_{th} k(T_H - T_a)$$
$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_L}{T_a} \Rightarrow W_{net} = \left(1 - \frac{T_L}{T_a}\right) k(T_H - T_a)$$
$$\frac{dW_{net}}{dT_a} = 0 \Rightarrow T_a = \sqrt{T_L T_H}$$

۵۷. گزینه ۲ درست است.

۵۸. گزینه ۳ درست است.

۵۹. گزینه ۱ درست است.

معادله اولر در راستای شعاع : $\frac{dP}{dr} = \rho\frac{V^2}{r} \Rightarrow \frac{dP}{dr} = Ar^2\frac{B^2}{r^3} \Rightarrow \frac{dP}{dr} = \frac{AB^2}{r} \xrightarrow{\int} \Delta P = AB^2 \ln\frac{R_2}{R_1}$



۶۰. گزینه ۴ درست است.

معادله ناویراستوکس در جهت x:

$$\rho\left(\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}}^{0} + u\cancel{\frac{\partial u}{\partial x}}^{0} + \cancel{v}^{0}\frac{\partial u}{\partial y} + \cancel{w}^{0}\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\tau_{xz}}{\partial z}$$
$$\tau_{xx} = 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad , \quad \tau_{xz} = \mu\left(\cancel{\frac{\partial w}{\partial x}}^{0} + \cancel{\frac{\partial u}{\partial z}}^{0}\right) = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x}$$

۶۱. گزینه ۳ درست است.

$$\left.\begin{aligned} h_{f_A} &= h_{f_B} \\ h_f &= f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{8fL}{D^5 g\pi^2}Q^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{1}{D_A^5}Q_A^2 = \frac{1}{D_B^5}Q_B^2 \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۶۲. گزینه ۳ درست است.

۶۳. گزینه ۴ درست است.

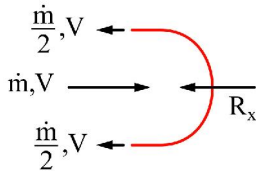
تابع جریان برای جریان تراکم‌ناپذیر تعریف می‌شود.

۶۴. گزینه ۲ درست است.

$$\sum F_x = \sum (\dot{m}V_x)_{out} - \sum (\dot{m}V_x)_{in}$$

$$\Rightarrow \quad -R_x = 2\times\frac{\dot{m}}{2}(-V) - \dot{m}V$$

$$\Rightarrow \quad R_x = 2\dot{m}V$$



$(b): \quad R_x = \dot{m}V(1+\cos\alpha)$

$(c): \quad R_x = \dot{m}V(1-\cos\alpha)$

$(d): \quad R_x = \dot{m}V$

۶۵. گزینه ۴ درست است.

$$T = 1800 - 4x^2$$

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{d^2T}{dx^2} = -8 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial T}{\partial t} = -0.002$$

۶۶. گزینه ۱ درست است.

۶۷. گزینه ۴ درست است.

$\frac{d^2T}{dx^2} = -\dot{q} < 0$ تقعر رو به پایین:

$$\left|\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} < \left|\frac{dT}{dx}\right|_{x=1}$$

۶۸. گزینه ۲ درست است.

۶۹. گزینه ۳ درست است.

۷۰. گزینه ۴ درست است.

Forum.konkur.in

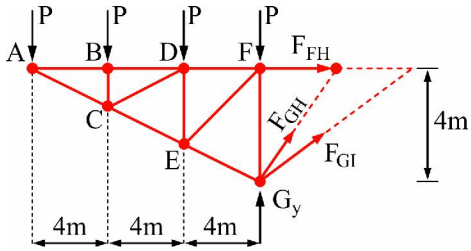
www.konkur.in

جامدات

(اساتیک، مقاومت مصالح، طراحی اجزاء)

پاسخ تشریحی توسط: شاهد میرزامحمدی

۷۱. گزینه ۳ درست است.

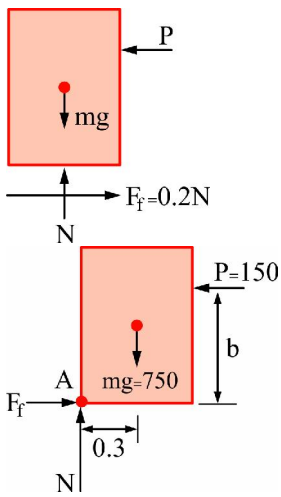


$$\sum M_G = 0$$

$$-F_{FH}\times 4 + P\times 4 + P\times 8 + P\times 12 = 0$$

$$F_{FH} = 6P$$

۷۲. گزینه ۳ درست است.



$$\sum F_y = 0 \rightarrow N = mg = 75\times 10 = 750$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow P = 0.2N = 0.2\times 750 = 150\,N$$

برای لحظه واژگونی:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow 750(0.3) - 150\times b = \rightarrow b = 1.5m$$

۷۳. گزینه ۱ درست است.

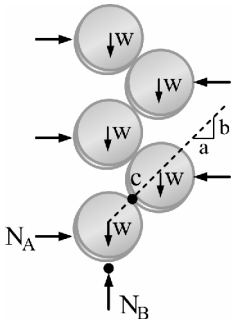
ممان‌اینرسی مربع پس از α درجه دوران حول مرکز آن تغییر نخواهد کرد.

$$I_{x_c} = I_{y_c} = I_x = \frac{a^4}{12}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

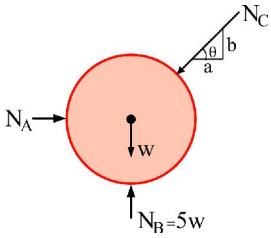
۷۴. گزینه ۴ درست است.



برای کل مجموعه:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_B = 5W$$

برای سکه پایینی:



$$\sum F_y = 0 N_C \sin\theta + w = 5w$$

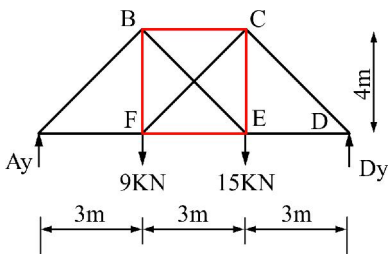
$$N_C = \frac{4w}{\sin\theta} \quad (I)$$

$$\sum F_x = 0 \quad N_C \cos\theta = N_A \rightarrow N_C = \frac{NA}{\cos\theta} \quad (II)$$

$$I\ ,\ II \rightarrow \frac{4W}{\sin\theta} = \frac{N_A}{\cos\theta} \rightarrow N_A = 4W\cot\theta = 4w\frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{4}{5}\frac{a}{b}$$

۷۵. گزینه ۲ درست است.



$$\sum M_D = 0$$

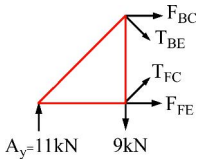
$$15\times 3 + 9\times 6 = A_y \times 9 \rightarrow A_y = 11kN$$

$$\sum F_y = \rightarrow 9 + 15 - 11 = D_y$$

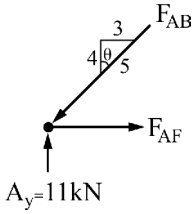
$$\rightarrow D_y = 13kN$$

برای ارضا شدن تعادل:

$$T_{F_C} = 0 \qquad F_{BE} > 0$$



در گره A داریم:



$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{AB}\cos\theta = 11$$

$$F_{AB} = \frac{11}{\frac{4}{5}} = \frac{55}{4}$$

که به صورت فشاری فرض شده است.

Forum.konkur.in

www.konkur.in

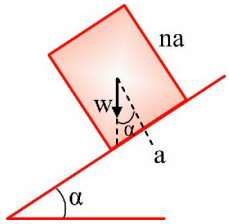
۷۶. گزینه ۱ درست است.

برای عدم واژگون شدن:

$$\tan\alpha \le \frac{\frac{a}{2}}{\frac{na}{2}} = \frac{1}{n} \xrightarrow{\tan\alpha=\mu} \mu \le \frac{1}{n} \rightarrow n \le \frac{1}{\mu}$$

برای عدم لغزش:

$$\tan\alpha \le \mu$$



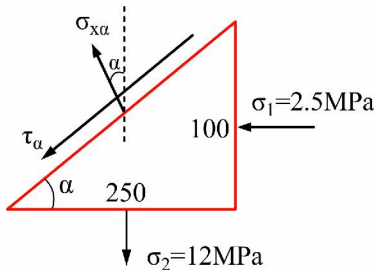
۷۷. گزینه ۴ درست است.

$$\sigma_{x\alpha} = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\cos 2\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$$

$$\sigma_{x\alpha} = \frac{-2.5+12}{2} + \frac{-2.5-12}{2}\cos(\pi+2\alpha)$$

$$\sigma_{x\alpha} = 4.75 + \frac{-14.5}{2}\times\left(-\left(1-25\sin^2\alpha\right)\right)$$

$$\alpha_{x\alpha} = 4.75 + 7.25\left(1-2\left(\frac{100}{\sqrt{250^2+100^2}}\right)^2\right) = 10$$



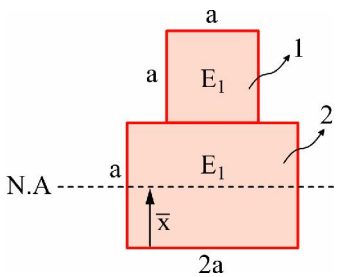
$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_2-\sigma_1}{2}\sin 2\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$$

$$\tau_\alpha = \frac{12+2.5}{2}\times(-25\sin\alpha\cos\alpha)$$

$$\tau_\alpha = -14.5\times\frac{100}{\sqrt{250^2+100^2}}\times\frac{250}{\sqrt{250^2+100^2}} = -5$$

که علامت τ_x به صورت مثبت یا منفی قابل قبول است.

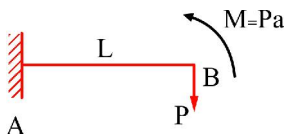
۷۸. گزینه ۲ درست است.



$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1A_1+\bar{x}_2A_2}{A_1+A_2} = \frac{\left(a+\frac{a}{2}\right)a^2+\frac{a}{2}2a\times a}{a^2+2a\times a}$$

$$\bar{x} = \frac{5}{6}a$$

۷۹. گزینه ۱ درست است.



$$y_B = \frac{PL^3}{3EI} - \frac{ML^2}{2EI} = 0$$

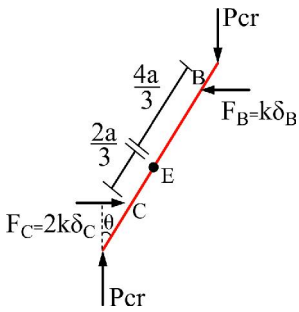
$$y_B = \frac{PL^3}{3EI} - \frac{PaL^2}{2EI} = 0$$

$$\frac{a}{L} = \frac{Z}{3}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۸۰. گزینه ۴ درست است.



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_B = F_C$$

$$\rightarrow k\delta_B = 2k\delta_C \rightarrow \delta_B = 2\delta_C$$

$$\sum M = 0 \rightarrow P_{cr} \times 4a\theta = F_B \times 2a$$

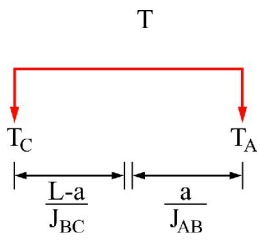
$$F_B = k\delta_B = k\left(\frac{4a}{3}\theta\right)$$

$$\rightarrow P_{cr} \times 4a\theta = k\left(\frac{4a}{3}\theta\right) \times 2a \rightarrow P_{cr} = \frac{2\alpha k}{3}$$

۸۱. گزینه ۴ درست است.

در جداره داخلی دیسک دوار تنش شعاعی صفر، تنش محیطی ماکزیمم و در جداره خارجی دیسک دوار تنش شعاعی صفر و تنش محیطی مینیمم است.

۸۲. گزینه ۱ درست است.



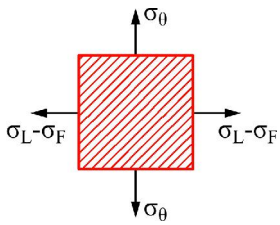
$$\frac{T_A a}{J_{AB}} = \frac{T_C (L-a)}{J_{BC}}$$

$$\xrightarrow{T_A = T_C} \frac{a}{J_{AB}} = \frac{L-a}{J_{BC}}$$

$$\rightarrow \frac{a}{\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{L-a}{\frac{\pi (2d)^4}{32}}$$

$$\rightarrow a = \frac{L-a}{2^4} \rightarrow \frac{a}{L} = \frac{1}{17}$$

۸۳. گزینه ۳ درست است.



$$\sigma_L - \sigma_F = -\sigma_\theta$$

$$\frac{Pr}{2t} - \frac{F}{2\pi rt} = -\frac{Pr}{t} \rightarrow F = 3Pr^2\pi$$

۸۴. گزینه ۱ درست است.

$$k_1 = \frac{Gd^4}{8D^3 N_a}$$

$$k_2 = \frac{Gd^4}{8(2D)^3 \frac{Na}{2}} = \frac{k_1}{4}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۸۵.گزینه ۳ درست است.

۸۶.فاقد گزینه صحیح می‌باشد.

$$\sigma_a = 75MPa$$
$$\tau_m = 300MPa \rightarrow \sigma_m = \sqrt{3}\ \tau_m = 300\sqrt{3}$$

برای طراحی استاتیکی:

$$n_f = \frac{S_y}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{800}{75 + 300\sqrt{3}} > 1$$

برای طراحی خستگی طبق محافظه کارانه‌ترین تئوری:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n_f} \rightarrow \frac{75}{200} + \frac{300\sqrt{3}}{800} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f < 1 \rightarrow N = \text{محدود}$$

$$\sigma'_a = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_y}} = \frac{75}{1 - \frac{300\sqrt{3}}{800}} \simeq 214$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{a1} &= AN_1^B \\ \sigma_{a2} &= AN_2^B\end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^B \rightarrow B = \frac{\log\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}}}{\log\frac{N_1}{N_2}}$$

$$\rightarrow A = \frac{\sigma_{a1}}{N_1^B}$$

$$B = \frac{\log 2}{\log 10^{-3}} = -0.1 \rightarrow A = \frac{400}{1000^{-0.1}} = 800$$

$$214 = 800N^{-0.1}$$

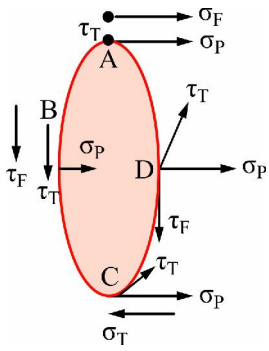
$N = 533042$ سیکل

۸۷.گزینه ۳ درست است.

$$\left.\begin{aligned}S_1 &= \left(\frac{R}{C}\right)^2 \frac{\mu n}{P_1}\ ,\ P_1 = \frac{W}{LD} \\ S_2 &= \left(\frac{R}{C}\right)^2 \frac{\mu_2 n}{2P_1}\ ,\ P_2 = \frac{2w}{LD} = 2P_1\end{aligned}\right\} \rightarrow S_1 = S_2$$

۸۸. گزینه ۲ درست است.

در مقطع گیردار تیر، نقطه A بحرانی‌ترین است:



$$\sigma_A = \sigma_F + \sigma_P = \frac{MC}{I} + \frac{P}{A}$$

$$\sigma_A = \frac{100 \times 550 \times 10}{\frac{\pi 20^4}{64}} + \frac{8 \times 10^3}{\frac{\pi 20^2}{4}} = 95.5MPa$$

$$\tau_A = \tau_T = \frac{Tr}{J} = \frac{30 \times 10^3 \times 10}{\frac{\pi 20^4}{32}} = 19MPa$$

$$n_{von} = \frac{S_y}{\sigma_e} = \frac{280}{\sqrt{95.5^2 + 3(19)^2}} = \frac{280}{101} = 2.77$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۸۹. گزینه ۲ درست است.

$$T_{(N.m)} = \frac{9550P(kw)}{N(rpm)} = \frac{9550\times 50\times \pi\times 10^{-3}}{300} = 5\,N.m$$

$$F_t\frac{d}{2} = T \rightarrow F_t = \frac{2T}{d} = \frac{2\times 5\times 10^3}{100} = 100N \rightarrow F_a = F_t \tan\Psi = 100\tan 45 = 100$$

جهت نیروی مذکور در چرخدنده راننده به سمت $-x$ است.

۹۰. گزینه ۱ درست است.

با افزایش μ عدد سامرفیلد افزایش می‌یابد و در $\frac{L}{D}$ ثابت، $\frac{P}{P_{max}}$ افزایش و لذا P_{max} کاهش می‌یابد.

Forum.konkur.in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی توسط: میثم شعبانی مطلق

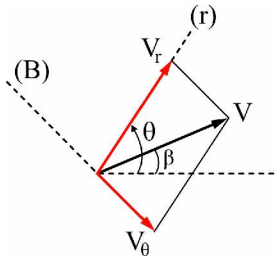
۹۱. گزینه ۱ درست است.

$$\text{شعاع‌ای } \rho = \frac{1}{k} \quad , \quad k = \frac{r^2 + 2r'^2 - rr''}{\left(r^2 + r'^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$k = \frac{k^2\theta^2 + 2k^2 - 0}{\left(k^2\theta^2 + k^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{r^2 + 2k^2}{\left(r^2 + k^2\right)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{r^2 + 2k^2}{\left(r^2 + k^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\sum F_n = \frac{mV^2}{\rho} = mV^2 \left(\frac{r^2 + 2k^2}{\left(r^2 + k^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right)$$

۹۲. گزینه ۴ درست است.



$$\vec{V} = V_r \hat{e}_r + V_\theta \hat{e}_\theta = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta$$

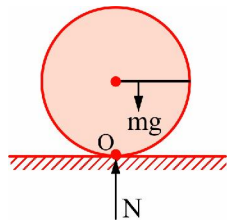
$$\vec{V} = |V|\cos(\theta - \beta)\hat{e}_r + |V|\sin(\theta - \beta)\hat{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{r} = V\cos(\theta - \beta)}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

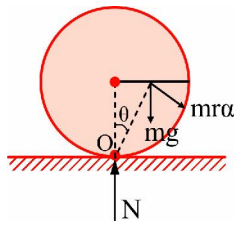
۹۳. گزینه ۲ درست است.



$$\sum M_0 = I\ddot{\theta} \Rightarrow Mg\frac{L}{2} = I_0\ddot{\theta}$$

$$I_0 = \frac{1}{12}ML^2 + m\left(L^2 + \frac{L^2}{4}\right) = \frac{16}{12}ML^2 = \frac{4}{3}ML^2$$

$$\Rightarrow mg\frac{L}{2} = \frac{4}{3}mL^2\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{\frac{gL}{2}}{\frac{4}{3}L^2} = \frac{3g}{8L}$$



$$\sum F_y = -mr\alpha\cos(90-\theta) = mr\alpha\sin\theta$$

$$N - mg = -m\left(\sqrt{L^2 + \frac{L^2}{4}}\right) \times \frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{L^2 + \frac{L^2}{4}}} \times \frac{3g}{8L}$$

$$N = mg - \frac{mg}{16} = \boxed{\frac{13}{16}mg}$$

۹۴. گزینه ۴ درست است.

$$E_A + W_{A-B} = E_B \qquad ①$$

$$E_A = mgh_A = 2\times 9.8\times 0.5 = 9.8 \qquad ②$$

$$\begin{cases} W_{A-B} = \vec{F}.(\overrightarrow{AB}) \\ \overrightarrow{AB} = B - A = (0,0.8,0) - (0.6,0,0.5) = (-0.6,0.8,-0.5) \end{cases}$$

$$W_{A-B} = (-15,10,15).(-0.6,0.8,-0.5) = 15\times 0.6 + 10\times 0.8 - 15\times 0.5 \qquad \boxed{W_{A-B} = 9.5} \qquad ③$$

$$E_B = \frac{1}{2}MV_B^2 = \frac{1}{2}\times 2\times V_B^2 = V_B^2$$

$$①,②,③,④ \Rightarrow 9.8 + 9.5 = V_B^2 \Rightarrow V_B = \sqrt{19.3} = 4.39$$

۹۵. گزینه ۳ درست است.

تکانه خطی در سیستم نشان داده شده ثابت است:

$$D_1 = D_2 \Rightarrow 0 = m_1v_1 + m_2v_2 \Rightarrow mv_1 + 6mv_2 = 0 \Rightarrow \boxed{v_1 = -6v_2}$$

قانون پایستگی انرژی:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgL = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow mgL = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}6mv_2^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 + 6v_2^2 = 2gL \Rightarrow 36v_2^2 + 6v_2^2 = 2gL \Rightarrow 42v_2^2 = 2gL \Rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{gL}{21}}$$

$$v_1 = -6v_2 = -6\sqrt{\frac{gL}{21}}$$

Forum.konkur.in

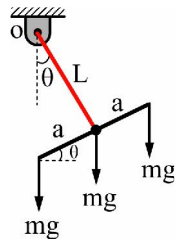
www.konkur.in

$$v_{\frac{2}{1}} = v_2 - v_1 = \sqrt{\frac{gL}{21}} + 6\sqrt{\frac{gL}{21}} = 7\sqrt{\frac{gL}{21}}$$

۹۶. گزینه ۴ درست است.

فرکانس طبیعی سیستم جرم و فنر اضافه شده باید با فرکانس تحریک سیستم برابر باشد. چون فرکانس تحریک $10\frac{rad}{s}$ است، بنابراین باید $\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = 10$ باشد بنابراین یا گزینه 3 یا 4 صحیح است. برای کاهش ارتعاشات با روش افزودن جرم باید جرم اضافه شده تا حد ممکن از جرم سیستم اصلی کمتر باشد. بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۹۷. گزینه ۱ درست است.



$$\sum M_0 = I\ddot{\theta}$$
$$-mg(L\sin\theta) - mg(L\sin\theta + a\cos\theta) - mg(L\sin\theta - a\cos\theta)$$
$$= \left(mL^2 + m\left(L^2 + a^2\right) + m\left(L^2 + a^2\right)\right)\ddot{\theta}$$
$$\Rightarrow \quad m\left(3L^2 + 2a^2\right)\ddot{\theta} + 3mgL\sin\theta = 0$$

$$\theta \ll 6^\circ \quad \Rightarrow \quad \sin\theta \approx \theta \quad \Rightarrow \quad m\left(3L^2 + 2a^2\right)\ddot{\theta} + 3mgL\theta = 0$$

$$\left.\begin{aligned} m^* &= m\left(3L^2 + 2a^2\right) \\ k^* &= 3mgL \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \omega_n^2 = \frac{k^*}{m^*} = \frac{3mgL}{m\left(3L^2 + 2a^2\right)} \quad \Rightarrow \quad \omega_n = \sqrt{\frac{3gL}{3L^2 + 2a^2}}$$

۹۸. گزینه ۳ درست است.

$$F(t) = F_0\left(u(t) - u(t - t_1)\right)$$

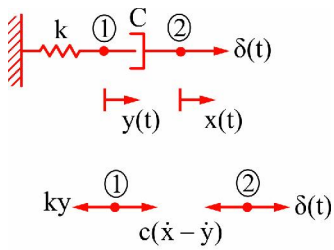
$$m\ddot{x} + kx = u(t - t_0) \xrightarrow{\text{پاسخ}} x(t) = \frac{1}{mw_n^2}\left(1 - \cos\omega_n(t - t_0)\right)$$

$$m\ddot{x} + 4kx = F_0\left(u(t) - u(t - t_1)\right) \quad \rightarrow \quad \omega_n^2 = \frac{4k}{m}$$

$$\rightarrow x(t) = \frac{1}{m \times \frac{4k}{m}} \times F_0\left(1 - \cos\omega_n t - \left(1 - \cos\omega_n(t - t_1)\right)\right)$$

$$= \frac{F_0}{4k}\left(\cos\left(\omega_n(t - t_1)\right) - \cos\omega_n t\right)$$

۹۹. گزینه ۱ درست است.



$$\begin{cases} \sum F_1 = m_1\ddot{y} \\ \sum F_2 = m_2\ddot{x} \end{cases}$$
$$\begin{cases} c(\dot{x} - \dot{y}) - ky = 0 \\ \delta(t) - \left((\dot{x} - \dot{y})\right) = 0 \end{cases}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

$$\xrightarrow{\text{Laplace}} \begin{cases} cs(x-y)-ky=0 & ① \\ 1-cs(x-y)=0 & ② \end{cases}$$

$$① \rightarrow y=\frac{cs}{cs+k}x$$

$$② \rightarrow cs\left(x-\frac{cs}{cs+k}x\right)=1 \Rightarrow cs\times\left(\frac{k}{cs+k}\right)=1$$

$$\Rightarrow x_{(s)}=\frac{cs+k}{csk}=\frac{1}{k}+\frac{1}{cs} \Rightarrow x(t)=L^{-1}\left[x_{(s)}\right]=\frac{1}{k}\delta(t)+\frac{1}{c}u(t)$$

۱۰۰. گزینه ۱ درست است.

$$\text{Ln}\frac{A_1}{A_2}=L_n\frac{A_2}{A_3} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2}=\frac{A_2}{A_3} \Rightarrow \frac{2.5}{1}=\frac{1}{A_3}$$

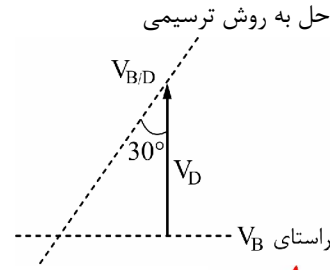
$$\Rightarrow A_3=\frac{1}{2.5}=0.4$$

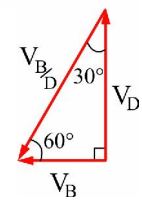
۱۰۱. گزینه ۲ درست است.

حل به روش ترسیمی

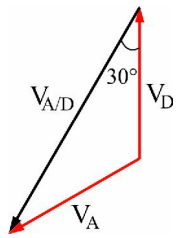
$$\xrightarrow[V_B]{\times\checkmark}=\xrightarrow[V_D]{\checkmark\checkmark}+\xrightarrow[V_{\frac{B}{D}}]{\times\checkmark}$$

قانون سینوس‌ها: $\frac{V_D}{\sin 60}=\frac{V_B}{\sin 30}=\frac{V_{\frac{B}{D}}}{\sin 90}$ (1.2)





$$\Rightarrow \begin{cases} V_B=1.2\frac{\sin 30}{\sin 60}=1.2\times\frac{\sin 30}{\sin 60}=1.2\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ V_{\frac{B}{D}}=1.2\frac{\sin 90}{\sin 60}=\frac{1.2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2.4}{\sqrt{3}} \Rightarrow \left|V_{\frac{B}{D}}\right|=|BD|\theta_{AD} \Rightarrow \theta_{AD}=\frac{\frac{2.4}{\sqrt{3}}}{0.3}=\frac{8}{\sqrt{3}} \end{cases}$$



$$\vec{V}_A=\vec{V}_D+\vec{V}_{\frac{A}{D}}=1.2\hat{j}+|AD|\dot{\theta}_{AD}(-\sin 30 i-\cos 30 j)$$

$$=1.2j+0.5\times\frac{8}{\sqrt{3}}\left(-\frac{1}{2}i-\frac{\sqrt{3}}{2}j\right)=\frac{-2}{\sqrt{3}}\hat{i}-0.8j$$

$$|V_A|=\sqrt{\frac{4}{3}+0.64}\simeq\boxed{1.4}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۰۲. گزینه ۲ درست است.

در حالت کلی داریم:

$$a_{B_4} = \overset{n}{a}_{B_2} + a^{t}_{B_2} + \overset{n}{a}_{\frac{B_4}{B_2}} + a^{t}_{\frac{B_4}{B_2}} + a^{c}_{\frac{B_4}{B_2}}$$

چون: $r_{\frac{B_4}{B_2}} = 0$ بنابراین $\overset{n}{a}_{\frac{B_4}{B_2}} = r_{\frac{B_4}{B_2}}\dot{\theta}^2 = 0$ ، $a^{t}_{\frac{B_4}{B_2}} = r_{\frac{B_4}{B_2}}\ddot{\theta} = 0$ بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۱۰۳. گزینه ۴ درست است.

نقطه B و C تنها در راستای x حرکت دارند بنابراین $V_{\frac{B}{C}} = 0$ یعنی لینک 2 دوران ندارد بنابراین $V_{\frac{D}{B}} = 0$ یعنی نقطه D نیز در صفحه افقی حرکت می‌کند. بنابراین $V_B = V_C = V_{D_2} = V_B$

۱۰۴. گزینه ۲ درست است.

دایره مبنا کوچکترین دایره‌ای است که بر سطح لبه بادامک مماس و یا بر قسمتی از منحنی آن منطبق باشد و اندازه آن تعیین کننده اندازه بادامک است.

با توجه به شکل به وضوح شعاع کوچک‌ترین دایره مماس برابر است با:

$$R_2 + R_3 - e$$

۱۰۵. گزینه ۱ درست است.

$P \rightarrow$ پینیون و $R \rightarrow$ روتور

$$T - F\times 0.05 = I_P\ddot{\theta}_P \Rightarrow 10 - 0.05F = (0.05+0.15)\ddot{\theta}_P \Rightarrow 0.05F = 10 - 0.2\ddot{\theta}_P \quad ①$$

$$F\times 0.25 = I_R\ddot{\theta}_R \Rightarrow 0.25F = (4+0.02+0.98)\ddot{\theta}_R \Rightarrow 0.25F = 5\ddot{\theta}_R \quad ②$$

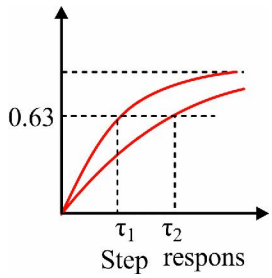
$$\frac{\ddot{\theta}_R}{\ddot{\theta}_P} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} \Rightarrow \ddot{\theta}_P = 5\ddot{\theta}_R \quad ③$$

$$①,② \Rightarrow 5(10 - 0.2\ddot{\theta}_P) \Rightarrow 10 - 0.2\ddot{\theta}_P = \ddot{\theta}_R$$

$$③ \rightarrow 10 - 0.2\times 5\ddot{\theta}_R = \ddot{\theta}_R \Rightarrow 10 = 2\ddot{\theta}_R \Rightarrow \boxed{\ddot{\theta}_R = 5}$$

۱۰۶. گزینه ۲ درست است.

$\tau_1 \ll \tau_2$



با توجه به آنکه در پاسخ به ورودی پله پس از گذشت یک ثابت زمانی به 0.63% پاسخ نهایی می‌رسد بنابراین سیستم با ثابت زمانی کمتر زودتر به این مقدار می‌رسد.

با توجه به آنکه زمان نشست برای خطای 5٪، 3τ می‌باشد با توجه به زمان رسیدن به حالت ماندگار سیستم را می‌توان با مقایسه پاسخ‌های زمانی در سیستم تشخیص داد.

Forum.konkur.in

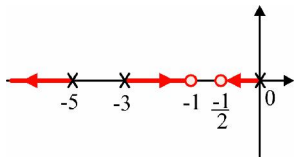
www.konkur.in

۱۰۷. سوال غلط است.

با توجه به قطب‌ها و صفرهای سیستم در مکان هندسی ریشه‌ها داریم:

مکان هندسی ریشه‌های این سیستم به شکل زیر خواهد بود.

$$G(s)H(s)=k\frac{(S+1)\left(S+\frac{1}{2}\right)}{S(S+3)(S+5)} \rightarrow$$



اگر منظور تابع تبدیل ① باشد:

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\frac{SR(s)}{1+G(s)H(s)}$$

ورودی پله $R(s)=\frac{1}{S}$:

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\frac{S\times\frac{1}{S}}{1+\frac{k(S+1)(S+0.5)}{S(S+3)(S+5)}}=0$$

ورودی سرعت $R(s)=\frac{1}{S^2}$:

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\frac{S\times\frac{1}{S^2}}{1+\frac{k(S+1)(S+0.5)}{S(S+3)(S+5)}}=\frac{1}{\frac{K(0.5)}{15}}=\frac{30}{k}$$

نمودار رسم شده در صورت سوال شبیه به سیستم ② است.

$$G(s)H(s)=k\frac{(S+1)\left(S+\frac{1}{2}\right)}{(S+3)(S+5)} \quad ②$$

که در آن قطب $S=0$ در نظر گرفته نشده است.

۱۰۸. گزینه ۴ درست است.

$$① \quad U-Q_1-Q_3=SH_1 \Rightarrow U=(S+1)Q_1+Q_3$$

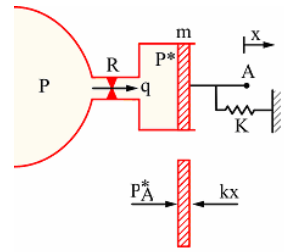
$$② \quad Q_3-Q_2=SH_2 \Rightarrow Q_3=(S+1)Q_2=(S+1)(Q_1-Q_3) \Rightarrow Q_1=\frac{S+2}{S+1}Q$$

$$H_1=Q_1 \;,\; H_2=Q_2 \;,\; H_1-H_2=Q_3 \Rightarrow Q_1-Q_2=Q_3 \Rightarrow Q_2=Q_1-Q_3$$

$$\Rightarrow U=(S+2)Q_3+Q_3=(S+3)Q_3 \Rightarrow \frac{Q_3}{u}=\frac{1}{S+3}$$

۱۰۹. گزینه ۲ درست است.

q:دبی عبوری از مقاومت R ,P^*: فشار پشت پیستون



$$\begin{cases} P-P^*=Rq & ① \\ q=A\dot{x} & ② \\ P^*A-kx=m\ddot{x} & ③ \end{cases}$$

Forum.konkur.in

www.konkur.in

$$①,② \Rightarrow P-P^{*}=RA\dot{x} \Rightarrow P-P^{*}=RASX \Rightarrow P^{*}=P-RASX$$

$$③ \Rightarrow (P-RASx)A-kx=mS^{2}X \Rightarrow PA=\left(ms^{2}+RA^{2}S+k\right)\times$$

$$\Rightarrow \frac{X}{P}=\frac{A}{mS^{2}+RA^{2}S+k}$$

۱۱۰. گزینه ۴ درست است.

$$e_{ss}=0 \Rightarrow \lim_{s\to 0}\frac{S\times\frac{1}{S}}{1+G(s)(1+2s)}=0$$

$$\Rightarrow \lim_{s\to 0}G(s)(1+2S)=\infty \Rightarrow \lim_{s\to 0}G(s)=\infty \Rightarrow \text{گزینه ۴}$$

Forum.konkur.in